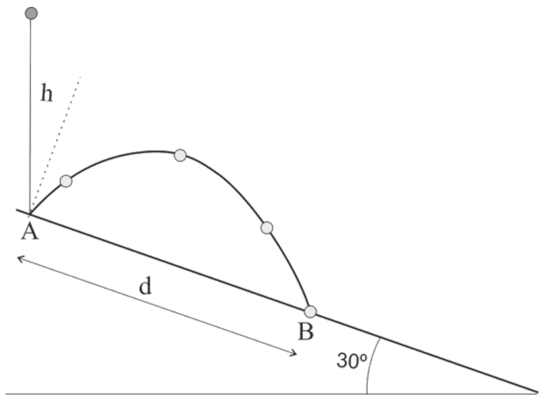
UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

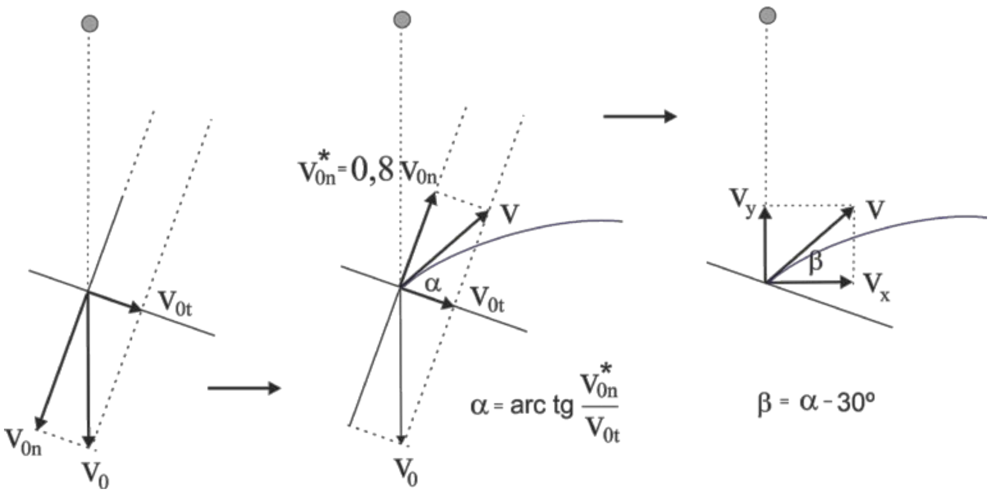
1.- Se deja caer desde una altura de h=120 cm una bolita sobre un plano inclinado de 30º, tal como se señala en la figura. La bola rebota en él, siendo el coeficiente de restitución 0,8 (esto supone que tras el rebote la componente de la velocidad perpendicular al plano se invierte y su valor es 0,8 veces la que llevaba antes del choque). Obtener:



a) velocidad con que sale la bola tras el primer rebote en A.
b) ángulo que forma el vector de la velocidad de salida en A con el plano inclinado.
c) distancia d que hay entre el primer y el segundo rebote de la bola en B.
Nota: haga algún dibujo explicativo de lo que va haciendo.

Solución:

La bola cuando llega al plano lo hace con una velocidad vertical v_0 que podemos descomponerla según una componente perpendicular al plano y otra en la dirección tangente al mismo. La componente vertical se invierte y vale 0,8 veces la inicial. Finalmente la bola sale con una velocidad **v** que es la suma de ambas componentes tal como se indica en la figura. El ángulo de **v** con v_{0t} será α.



Para solucionar el problema debemos usar un sistema de referencia, que podríamos tomarlo siguiendo la dirección del plano y su perpendicular, pero esto tiene el inconveniente de que habría que trabajar también con las componente de **g** en estas direcciones, Como estamos más habituados a tomar X y Y de forma que OY sea perpendicular a la tierra, lo haremos así. En este sistema de coordenadas la velocidad de salida **v** se descompondría según v_x y v_y tal como se indica en la figura anterior.

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

El problema se reduce entonces a ver dónde se corta la trayectoria del movimiento parabólico con la recta que determina el plano.

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}2} = 4{,}85\ m\,s^{-1} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} v_{0n} = v_{0n}\, cos\, 30^o = 4{,}85 \cdot 0{,}866 = 4{,}2\ m\,s^{-1} \\ v_{0t} = v_{0n}\, sin\, 30^o = 4{,}85 \cdot 0{,}5 = 2{,}425\ m\,s^{-1} \end{array}$$

Tras el choque la componente se vertical se reduce en un factor 0,8 por lo que

$$\begin{array}{l} v^*_{0n} = 4{,}2 \cdot 0{,}8 = 3{,}36\ m\,s^{-1} \\ v_{0t} = 2{,}425\ m\,s^{-1} \end{array}$$ en las direcciones que se indican en la figura

El módulo de la velocidad **v** de salida es:

$$v = \sqrt{3{,}36^2 + 2{,}425^2} = 4{,}14\ m\,s^{-1} \quad ◄$$

con un ángulo α $$\alpha = arc\,tg\,\frac{0{,}8 v_{0n}}{v_{0t}} = arc\,tg\,\frac{3{,}36}{2{,}425} = 54{,}18^o \quad ◄$$

Para descomponer en las direcciones X e Y necesitamos saber el ángulo que forma v con v_x que será β = 54,18º - 30º = 24,18º. Por tanto:

$$\begin{array}{l} v_x = v\,cos\,24{,}18^o = 4{,}85 \cdot 0{,}912 = 4{,}42\ m\,s^{-1} \\ v_y = v\,sin\,24{,}18^o = 4{,}85 \cdot 0{,}5 = 1{,}98\ m\,s^{-1} \end{array}$$

Expresado vectorialmente $\vec{v} = 4{,}42\vec{i} + 1{,}98\vec{j}\ ms^{-1}$ con $\vec{g} = -9{,}8\vec{j}\ \ m\,s^{-2}$

El movimiento parabólico que se origina posee una trayectoria cuya ecuación es:

$$y = x\,tg\,\beta - \frac{g}{2v^2\,cos^2\,\beta}x^2 = x\,tg\,54{,}18 - \frac{9{,}8}{2 \cdot 4{,}14^2 \cdot cos^2\,54{,}18}x^2 = 1{,}39\,x - 0{,}83\,x^2$$

y la del plano

$$y = -x\,tg\,30 = -0{,}58\,x$$

que se cortan en los puntos en que $-0{,}58\ x = 1{,}39\,x - 0{,}83\,x^2$ y resolviendo

$$x = 0\,\mathrm{m} \qquad x = 2{,}37\,\mathrm{m}$$

El primer punto ($x = 0$) corresponde al de salida en A y el segundo al de llegada en B que equivale a una distancia

$$d = \frac{2{,}37}{cos\,30} = 2{,}74\,m \quad ◄$$