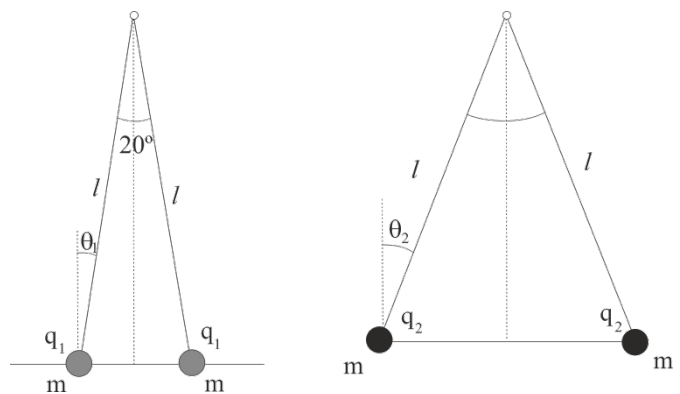




El electroscopio consta de dos láminas delgadas de oro o aluminio que están fijadas en el extremo de una varilla metálica que pasa a través de un soporte. Cuando se toca la bola del electroscopio con un cuerpo cargado, las hojas adquieren carga del mismo signo y se repelen. La fuerza de repulsión electrostática se equilibra con el peso de las hojas. Un modelo simplificado de electroscopio consiste en dos pequeñas esferas de masa m cargadas con cargas iguales q y del mismo signo que cuelgan de dos hilos de longitud d , tal como se indica la figura. Una vez que está en equilibrio, se pueden determinar los diferentes parámetros que intervienen.

2.- Se sitúan dos partículas de masa m con cargas iguales q_1 suspendidas de sendos hilos iguales de longitud l . observándose que se separan un ángulo de 20° ($\theta_1=10^\circ$). Posteriormente se eleva la carga de las partículas hasta un valor q_2 y se observa que el ángulo que forman entre ellas es ahora el doble.



a) ¿Qué relación hay entre los valores de las cargas q_1 y q_2 ?

b) Si la longitud del hilo es 30 cm y q_1 tiene un valor de 20 nC ¿Cuánto valen las masas de las partículas?

Datos $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

Solución:

a)

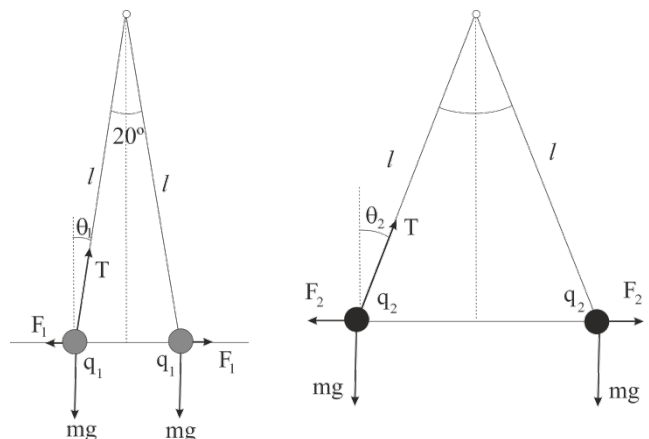
$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{T} = 0$$

Siendo $T \sin \theta = F$ y $T \cos \theta = mg$

$$\rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{F}{mg} \quad \rightarrow \quad F = mg \operatorname{tg} \theta$$

F es la fuerza de repulsión entre las cargas cuyo valor en módulo vale

$$F = k \frac{q^2}{d^2} = k \frac{q^2}{(2l \sin \theta)^2}$$





Para cada una de las situaciones:

$$F_1 = mg \operatorname{tg} \theta_1 = k \frac{q_1^2}{d_1^2} = k \frac{q_1^2}{(2l \sin \theta_1)^2}$$

$$F_2 = mg \operatorname{tg} \theta_2 = k \frac{q_2^2}{d_2^2} = k \frac{q_2^2}{(2l \sin \theta_2)^2} \quad \rightarrow \quad F_2 = mg \operatorname{tg} 2\theta = k \frac{q_2^2}{d_2^2} = k \frac{q_2^2}{(2l \sin 2\theta)^2}$$

Como $\theta_1 = 10^\circ$

$$\left. \begin{array}{l} mg \operatorname{tg} 10^\circ = k \frac{q_1^2}{(2l \sin 10^\circ)^2} \\ mg \operatorname{tg} 20^\circ = k \frac{q_2^2}{(2l \sin 20^\circ)^2} \end{array} \right\} \quad \rightarrow \quad \frac{\operatorname{tg} 10^\circ}{\operatorname{tg} 20^\circ} = \frac{\frac{q_1^2}{(2l \sin 10^\circ)^2}}{\frac{q_2^2}{(2l \sin 20^\circ)^2}} = \frac{q_1^2 \sin^2 20^\circ}{q_2^2 \sin^2 10^\circ}$$

$$\left(\frac{q_1}{q_2} \right)^2 = \frac{\operatorname{tg} 10^\circ}{\operatorname{tg} 20^\circ} \cdot \frac{\sin^2 20^\circ}{\sin^2 10^\circ} = \frac{0,176}{0,364} \cdot \frac{0,030}{0,117} = \frac{0,00528}{0,04259} = 0,124$$

$$\frac{q_1}{q_2} = 0,352 \quad q_2 = 2,84 q_1 \quad \blacktriangleleft$$

b) A partir de la ecuación

$$mg \operatorname{tg} \theta_1 = k \frac{q_1^2}{(2l \sin \theta_1)^2} \quad \rightarrow \quad m = \frac{k q_1^2}{4l^2 g \sin^2 \theta_1 \operatorname{tg} \theta_1}$$

Sustituyendo

$$m = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 400 \cdot 10^{-18}}{4 \cdot 0,3^2 \cdot 0,030 \cdot 0,176} = 1,89 \text{ g} \quad \blacktriangleleft$$