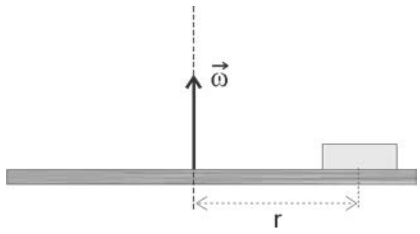
UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

C1.- Una plataforma gira alrededor de un eje vertical a razón de una vuelta por segundo. Colocamos sobre ella un cuerpo cuyo coeficiente estático de rozamiento es 0,4.



a) Calcular la distancia máxima al eje de giro para la cual el cuerpo gira con la plataforma y no es lanzado al exterior.

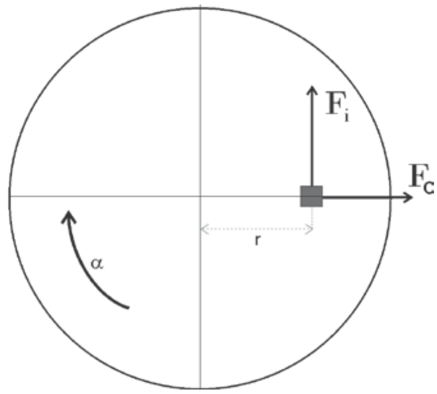
b) Si permaneciendo el cuerpo en esa distancia máxima, la plataforma se para en 0,2 segundos, describa que ocurriría con el cuerpo

Solución:

a) A dicha distancia la fuerza centrífuga iguala a la fuerza de rozamiento, por lo que se cumple:

$$F_c = F_r \qquad \Rightarrow \qquad m\omega^2 r = \mu m g$$

$$r = \frac{\mu g}{\omega^2} = \frac{0,4 \cdot 9,8}{4\pi^2} = 0,1 \text{ m}$$ ◄



b) La aceleración angular sería

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{t} = \frac{0-1}{0,2} = -5\,rad/s^2$$

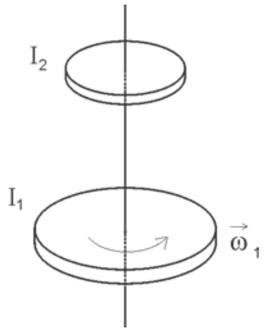
que supone que a la distancia que está el cuerpo hay una aceleración tangencial negativa:

$$a_t = \alpha \cdot r = -5 \cdot 0,8 = -4\,m/s^2$$

Aparece en consecuencia sobre la partícula una nueva fuerza de inercia contraria al sentido de la aceleración de frenado que se suma a la fuerza centrífuga. Como la suma vectorial de la fuerza centrífuga y la fuerza de inercia es mayor que la fuerza de rozamiento máxima, el cuerpo cae de la plataforma. ◄

NOTA: Tendría interés analizar qué pasa con las fuerzas mientras la plataforma se va parando antes de que el cuerpo salga de la misma. El valor de F_i va a permanecer constante mientras el cuerpo está decelerando, pero la fuerza centrífuga se va a ir haciendo menor conforme la velocidad de la plataforma va disminuyendo.

C2.- Un disco de momento de inercia I_1, gira alrededor de un eje vertical, sin fricción y que pasa por su centro, con una velocidad angular ω_1. Un segundo disco, cuyo momento de inercia es I_2, y que no gira en principio, se deja caer sobre el primero acoplándose con él. Calcular: a) la velocidad angular, ω, con la cual giran ambos discos después de la unión; b) la energía mecánica perdida en el acoplamiento.



Solución:

a) Puesto que el momento de las fuerzas externas al sistema es nulo, podemos aplicar el principio de conservación del momento cinético:

$$I_1\omega_1 = \left(I_1 + I_2\right)\omega \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\omega_1 \quad ◄$$

b) Las energías antes y después del proceso de acoplamiento son:

$$E_{c_i} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$$

$$E_{c_f} = \frac{1}{2}\left(I_1 + I_2\right)\omega^2 = \frac{1}{2}\left(I_1 + I_2\right)\frac{I_1^2\omega_1^2}{\left(I_1 + I_2\right)^2} = \frac{1}{2}\frac{I_1^2}{I_1 + I_2}\omega_1^2$$

La energía cinética perdida vale

$$E_{c_i} - E_{c_f} = \frac{1}{2} I_1 \omega^2 - \frac{1}{2}\frac{I_1^2\omega_1^2}{\left(I_1 + I_2\right)^2} = \frac{1}{2} I_1 \omega^2 \left(1 - \frac{I_1}{I_1 + I_2}\right) \quad ◄$$

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

C3.- la ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es

$$y(x,t) = 20\, sen\, \pi\,(2x - 0,4t)$$

Donde x e y se expresan en cm y t en segundos. Determinar:

a) Amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación de la onda.
b) Velocidad transversal máxima de un punto cualquiera de la cuerda
c) Dibuje en la onda el origen de coordenadas y el valor de estas magnitudes

Solución:

a) Comparando la ecuación general $y(x,t) = A\, sen\, 2\pi\,(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T})$ con la de la onda obtenemos

$$A = 20\,cm \qquad T = 5\,s \qquad \lambda = 1\,cm \qquad v = \frac{\lambda}{T} = 0,2\ cm/s \qquad \blacktriangleleft$$

b) La velocidad transversal es

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -8\pi \cos\left[\pi(2x - 0,4t)\right]$$

cuyo valor máximo es $v_{\max} = 8\pi$ *cm/s* ◄

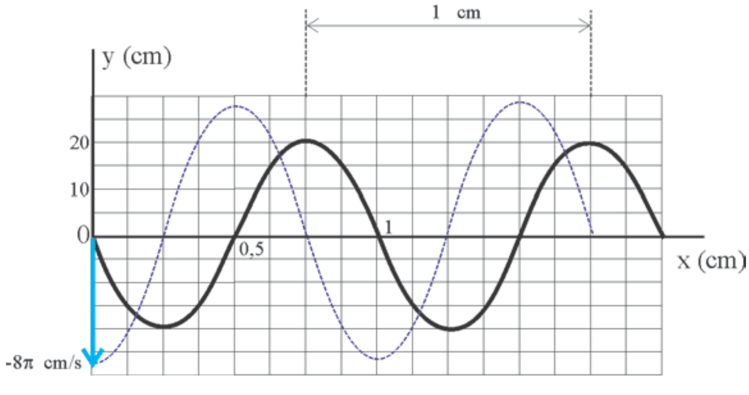
c) La onda tiene una doble variación respecto a *x* y respecto a *t*. Ya que nos piden que representemos la longitud de onda vamos considerar que el grafico representa la periodicidad espacial. Para situar el origen de coordenadas veamos qué posición y velocidad tiene en *x=0, t=0*.

La elongación en *x = 0* y en *t = 0*

$$y(0,0) = 20\, sen\, \pi\,(2\cdot 0 - 0,4\cdot 0) = 0$$
c*m*

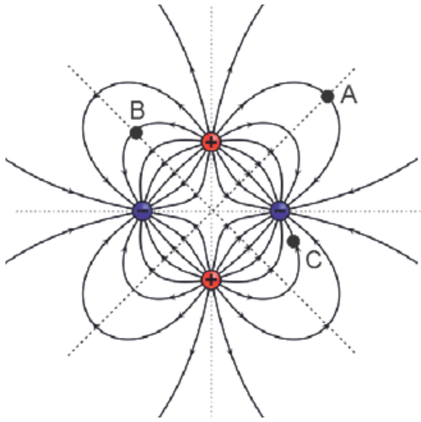
La velocidad en *x = 0* y en *t = 0*

$$v(0,0) = -8\pi \cos 0 = -8\pi \qquad cm/s$$



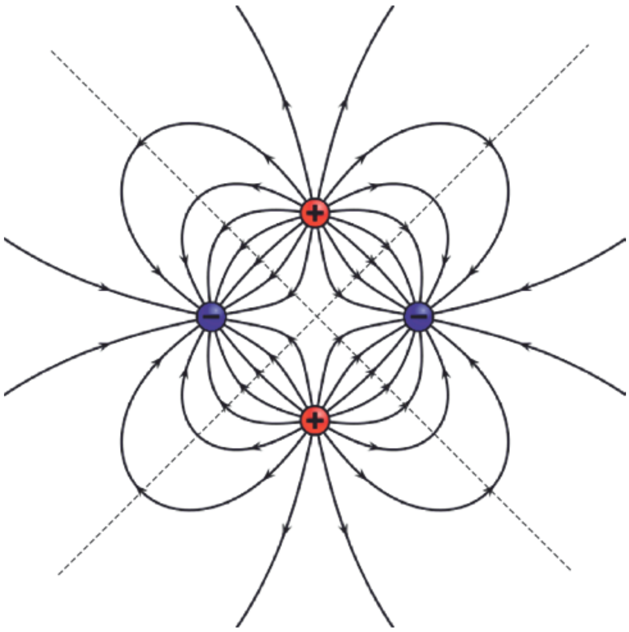
(En la figura, la magnitud velocidad está en escala diferente de la elongación)

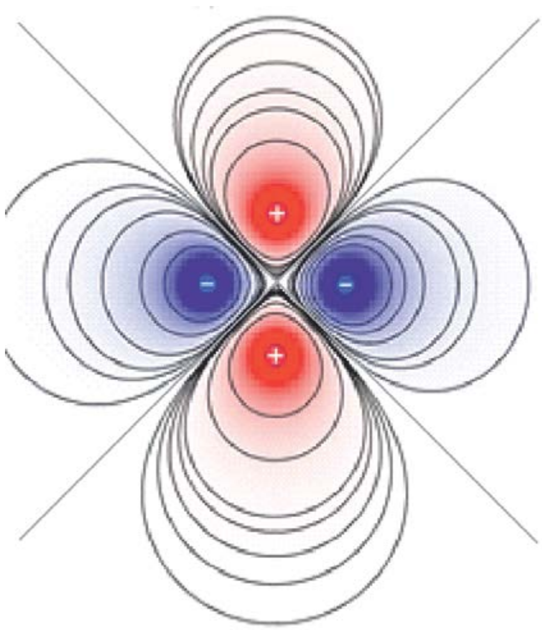
C4.- En la figura se representa las líneas de campo creadas por cuatro partículas cargadas.
a) Dibuje en la misma figura de forma aproximada las superficies equipotenciales
b) Indique razonadamente si el trabajo para llevar una carga positiva desde el punto A al punto B es positivo, negativo o cero
c) Indique razonadamente si el trabajos para llevar una carga positiva desde el punto A al punto C es positivo, negativo o cero



Solución:

a)





En la figura de la derecha se dibujan las superficies equipotenciales, que son siempre perpendiculares a las líneas de campo.

b) Los puntos A y B se sitúan dentro de las líneas equipotenciales V=0 por lo que para desplazar una carga desde A hasta B el trabajo es 0

El punto C está situado en una línea equipotencial donde V<0 ya que está en las inmediaciones de la carga negativa. Por tanto debemos llevar una carga positiva desde un punto donde V=0 ($V_A=0$) hasta un punto donde V es negativo ($V_C<0$)

$$W_A^C = -\Delta U = -(U_C - U_A) = -q(V_C - V_A) = q(V_A - V_C)$$ luego el trabajo es positivo ◄

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

P1.- Se suelta una bolita desde el punto A, Tal como se señala en la figura 1a, que tras llegar a B, sale horizontalmente recorriendo una distancia de 40 cm, igual a la altura del escalón, hasta que toca el suelo.

- **a) Obtener la altura h de la figura 1ª desde la que se ha soltado la bola.**
- **b) Si h hubiera sido 3 veces más grande, ¿Qué distancia horizontal hubiera recorrido desde que abandona la rampa en B hasta que toca el suelo?**
- **c) ¿Qué relación matemática relaciona la altura h con la distancia horizontal recorrida x? (ver Figura 1b) Aplicarla para obtener la altura desde la que habría que soltar la bola para que alcanzara una distancia x = 0,8 metros**

Considérese ***g=10m/s²***

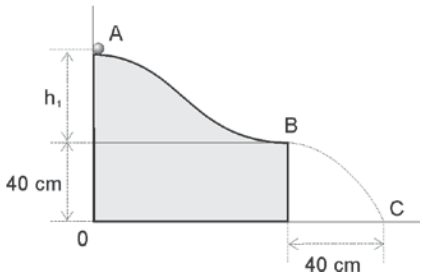


Figura 1a

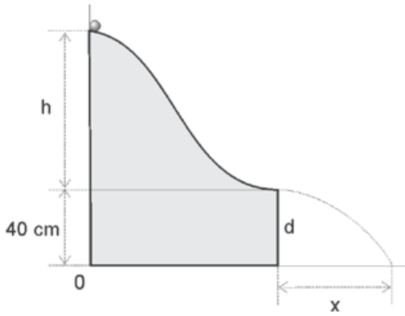


Figura 1b

Solución

a) Considerando el movimiento parabólico de la bolita tras abandonar la rampa:
El tiempo que tarda la bola en caer los 40 cm se puede obtener a partir de su movimiento vertical

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad -0,4 = -\frac{1}{2}10t^2 \quad \rightarrow \quad t^2 = \frac{0,4\cdot 2}{10} = 0,08 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{0,08}\ s$$

Para obtener la velocidad horizontal de salida del punto B:

$$v_1 = v_{0x} = \frac{x}{t} = \frac{0,4}{\sqrt{0,08}} = \sqrt{2}\ m/s$$

Como debe conservarse la energía mecánica, ha de ser igual la que hay en A que la que hay en B. Poniendo el origen de energías en el nivel donde está B, y teniendo en cuenta que la bola se considera una masa puntual:

$$E_{m(A)} = E_{m(B)} \quad \rightarrow \quad mgh_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \rightarrow \quad h_1 = \frac{v_1^2}{2g} \quad \rightarrow \quad h_1 = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{2\cdot 10} = \frac{2}{20} = 0,1m \quad ◄$$

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

b) Si h hubiera sido la altura inicial *0,3 m* el problema se hace viendo que energía potencial tiene a esa altura. La energía potencial se convertirá en cinética en el punto B de donde podremos obtener la nueva velocidad de salida horizontal

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad \rightarrow \quad v_2 = \sqrt{2gh_2} \quad \rightarrow \quad v_2 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,3} = \sqrt{6}\ m/s$$

y la distancia x que alcanzaría se obtendría viendo el tiempo que tarda en caer 40 cm y multiplicando ese valor por *v´*. Por consiguiente:

$$x_2 = v_2 \cdot t = \sqrt{6} \cdot \sqrt{0,08} = \sqrt{0,48} = 0,69\,m \quad ◄$$

c) Tal como hemos ido desarrollando el problema, debe cumplirse que si la bola cae desde una altura genérica h:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad v^2 = 2gh \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$$

Por otra parte en pasar del punto B hasta el suelo la bola tarda

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

Y la distancia horizontal recorrida (teniendo en cuenta que y = 0,4 m) será

$$x = v \cdot t = \sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\frac{2d}{g}} = \sqrt{4dh} \quad \text{o bien} \quad \frac{x^2}{h} = 4d \quad ◄$$

La expresión anterior nos da la relación entre la distancia alcanzada y la altura a la que se suelta el cuerpo. Para el caso que nos piden (*d =0,4 m ; x = 0,8 m)* la altura debería ser:

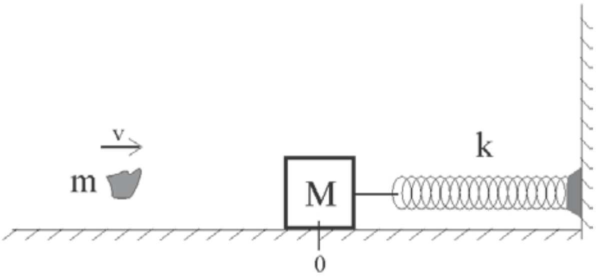
$$h = \frac{x^2}{1,6} = \frac{0,8^2}{1,6} = 0,4\,m \quad ◄$$

Podríamos haber obtenido inicialmente esta expresión general y haberla aplicado a los dos casos pedidos en a) y b)

P2.- Un bloque de masa M=980 g está en reposo sobre una superficie horizontal, unido a un muelle elástico de masa despreciable que por el otro extremo esta rígidamente unido a la pared. Una masa de plastilina de 20 g se lanza con una velocidad horizontal de 20 m/s chocando y quedando unida al bloque. El muelle se comprime 4 cm y comienza a realizar un movimiento oscilatorio. Supuesto que no hay rozamiento hallar

a) La constante elástica del muelle

b) El periodo de oscilación del muelle



Solución:

a) Como en el choque debe conservarse la cantidad de movimiento:

$$mv = (M+m)v_1 \quad ; \quad v_1 = \frac{0,02 \cdot 20}{1} = 0,4\ m/s$$

Después del choque la energía cinética se transforma en energía potencial elástica:

$$\frac{1}{2}(M+m)v_1^2 = \frac{1}{2}kx^2 \quad \rightarrow \quad k = \frac{(M+m)v_1^2}{x^2} = 100\ N/m \quad \blacktriangleleft$$

b) Para obtener el periodo de oscilación del muelle

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} \quad \text{y sustituyendo valores} \quad \omega = 10\ rad/s \quad \blacktriangleleft$$

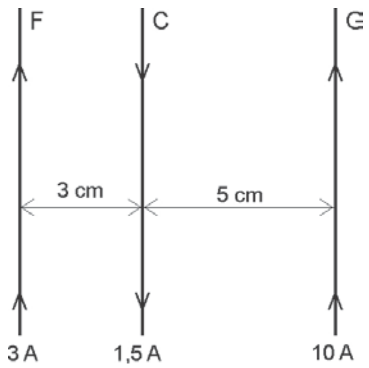
El periodo del movimiento será:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6,28}{10} = 0,628\,s \quad \blacktriangleleft$$

P3.- Considere tres alambres rectos, largos y paralelos tal como se muestran en la figura por los que circulan intensidades de 3 A, 1,5 A y 10 A respectivamente en las direcciones que se señalan en la figura. Calcular:

a) El campo magnético que se crea sobre el alambre C

b) La fuerza por unidad de longitud que experimenta el alambre C. ¿En qué dirección?



Los campos originados por los alambres F y G sobre el alambre C son:

$$B_F = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7}\, TmA^{-1})(3\,A)}{2\pi(0,03\,m)} = 2\cdot 10^{-5}\,T$$ hacia adentro de la página

$$B_G = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7}\, TmA^{-1})(10\,A)}{2\pi(0,05\,m)} = 4\cdot 10^{-5}\,T$$ hacia afuera de la página

El campo en la posición donde se encuentra el alambre C será la suma vectorial de ambos:

$$B = 4\cdot 10^{-5}T - 2\cdot 10^{-5}\,T = 2\cdot 10^{-5}T \qquad \blacktriangleleft$$

dirigido hacia afuera de la página

a) Para obtener la fuerza por unidad de longitud sobre el alambre C:

Como $F = ILB\, sen\theta$ la fuerza por unidad de longitud será

$$\frac{F}{L} = IB\, sen\theta = (1{,}5A)(2\cdot 10^{-5}T)(sen\, 90^{\circ}) = 3\cdot 10^{-5}\ \ N/m \qquad \blacktriangleleft$$

Al aplicar la regla de la mano derecha al alambre C se observa que el alambre C se dirige hacia la izquierda.