UNIVERSIDAD DE JAEN

Departamento de Física

Escuela Politécnica Superior

Grado en Ingenierías Industriales

MANUAL DE PRÁCTICAS DE LABORATORIO

Física I

Alumno : ____

Curso: ______________________ Grupo: ________________

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

OBJETIVO

Mediante el uso de una rueda de Maxwell, se estudiará la conservación de la energía mecánica y cómo la energía potencial gravitatoria se transforma en energía cinética de traslación y de rotación.

FUNDAMENTO

La rueda de Maxwell es, básicamente, un disco en el que se arrollan dos cuerdas en su eje sólido, a cada uno de los lados. Las cuerdas se sujetan en una barra fija, de manera que, al dejar libre el disco desde su posición inicial de máxima altura, las cuerdas se van desenrollando y el disco va girando mientras cae.

Consideremos, en primer lugar, el movimiento de un disco homogéneo que gira en sentido antihorario con respecto a su eje, que tomaremos como eje z. El centro de masas del disco será el origen del sistema de referencia en este ejemplo. Por tanto, el disco se puede representar geométricamente como un círculo en el plano xy que gira respecto al eje z. Supongamos, por ahora, que el centro de masas está fijo. Debido a que tratamos con un sólido rígido (indeformable), el movimiento de cada punto del disco está relacionado con el del resto de los puntos del disco en el sentido de que todos recorren los mismos ángulos en el mismo tiempo, es decir, si la velocidad angular de rotación de un punto del disco en un instante dado es ω(t), entonces todos los puntos del disco giran con la misma velocidad angular.

La energía cinética de rotación del disco es la suma de las energías cinéticas de todos sus puntos, y será:

$$E_r = \sum_{i=1}^{N} E_{ri} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 = \frac{1}{2} I_z \omega^2$$

La cantidad $I_z = \sum m_i r_i^2$ es una característica del cuerpo rígido llamada momento de inercia del cuerpo con respecto al eje z, que es nuestro eje de rotación. Llegamos, por tanto, a que le energía cinética de rotación de un cuerpo sólido con respecto a un eje que pasa por su centro de masas sólo depende de la velocidad angular de rotación ω y del momento de inercia respecto a ese eje I_z ,

Volvamos al caso de la rueda de Maxwell. Además de girar respecto a su eje, la rueda cae, es decir, su centro de masas no está fijo, sino que se desplaza con velocidad v. Por tanto, además de la energía cinética de rotación, la rueda de Maxwell tiene una energía cinética de traslación E_t dada por

$$E_t = \frac{1}{2} m v^2$$

donde m es la masa total del disco. También se ha de tener en cuenta la energía potencial gravitatoria a la que está sometida la rueda. Si tomamos el origen de alturas en la posición inicial, ésta energía potencial es

$$E_p = -\sum_{i=1}^{N} m_i g s_i = -mgs$$

Donde *m* (***m* = 0,520 kg**) es la masa total de la rueda y *s* la distancia recorrida por la rueda en su caída, medida desde el centro de la misma.

Aún podemos simplificar más estas expresiones si ocurre que, durante el movimiento de la rueda de Maxwell, la cuerda no se desliza. En este caso, la velocidad del centro de masas v es igual a la velocidad lineal de cualquier punto situado en la periferia del eje sólido de la rueda, donde está arrollada la cuerda. Si el eje tiene radio *r* (**r =2,5 mm**), la velocidad lineal en función de la velocidad angular vendrá dada por:

$$v = \omega r$$

En consecuencia, la energía total de una rueda de Maxwell, que es la suma de la energía potencial gravitatoria, de la energía cinética de traslación y de la energía cinética de rotación, se puede escribir como

$$E = -mgs + \frac{1}{2}\left(m + \frac{I_z}{r^2}\right)v^2$$

donde *m* es la masa de la rueda, s es el desplazamiento vertical del centro de masas desde la posición inicial, I_z es el momento de inercia de la rueda respecto al eje de rotación, y $v = \frac{ds}{dt}$ es la velocidad de traslación vertical del centro de masas.

Puesto que despreciando el efecto del rozamiento con el aire, la energía mecánica puede considerarse constante en el transcurso del movimiento, al derivar con respecto al tiempo la ecuación anterior se obtiene:

$$0 = -mgv + \left(m + \frac{I_z}{r^2}\right)v\frac{dv}{dt}$$

Dado que las condiciones iniciales son que para t =0, son $s_0 = 0; v_0 = 0$ podemos integrar esta ecuación para obtener la velocidad y el desplazamiento en función del tiempo, $v(t)$ y $s(t)$.

A partir de lo anteriormente expuesto, las expresiones finales obtenidas serán:

$$v(t) = \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}} t \rightarrow v(t) = at \quad [1]$$

$$s(t) = \frac{1}{2} \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}} t^2 \rightarrow s(t) = \frac{1}{2} a t^2 \quad [2]$$

Donde

$$a = \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}} \quad [3]$$

MÉTODO EXPERIMENTAL

El montaje de la práctica se puede observar en la figura. En él se puede ver la rueda de Maxwell en su posición inicial con las cuerdas arrolladas en el eje del disco. En esta posición se encuentra sujeto por el disparador, que se ha de mantener apretado, de manera que, cuando se suelte el pulsador, el disco quedará libre para caer y girar.

Una vez que se ha dejado libre el disco, y antes de que el eje del disco llegue a la puerta fotodetectora, hay que volver a pulsar el disparador, y mantenerlo pulsado, para que la célula pueda medir el tiempo de caída. Alternativamente, en el disparador hay un tornillo que permite mantenerlo en una posición fija, y soltarlo con una simple vuelta de tuerca.

A una cierta distancia s se coloca la puerta fotodetectora, que mide el tiempo t que transcurre desde que se pulsa el disparador hasta que el eje del disco llega a la línea de medida. La regla permite medir esta distancia con un error asociado a la precisión de la regla. Por otra parte, la puerta fotodetectora permite medir los tiempos con gran precisión, pero aunque cada medida pueda parecer precisa, es necesario medir al menos tres veces los tiempos, siempre y cuando el tanto por ciento de dispersión de las medidas sea menor del 2%.

Montaje experimental.

Resultados

Determinación del momento de inercia de la rueda de Maxwell.

a) Medir el tiempo que tarda la rueda en recorrer la distancia que le separa desde el punto inicial hasta el detector, repetir para 5 valores diferentes de la distancia *s*. Medir tres veces (como mínimo) el tiempo en cada caso y tomar el valor medio de las medidas.

Indicar el error cometido, tanto en la medida de los tiempos como en la medida de la distancia recorrida.

serie	$s \pm \Delta s$ (cm)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)	$t \pm \Delta t$ (s)	t^2 (s^2)
1ª						
2ª						
3ª						
4ª						
5ª						

b) Representar gráficamente ***s*** frente a ***t***^{2}, que corresponde a la ecuación [2]. Ajustar la recta por mínimos cuadrados y de la pendiente obtener el valor de la aceleración de la rueda así como el valor del momento de inercia de la rueda.

Datos: $m = 0,520\ kg$ y $r = 2,5mm$.

c) Conocida la aceleración de la rueda del apartado anterior y teniendo en cuenta la ecuación [3], calcular el valor de la velocidad ***v*** para cada espacio recorrido.

serie	***s± Δs (cm)***	***t±Δt (s)***	***v (cm/s)***
1ª			
2ª			
3ª			
4ª			
5ª			

d) Para cada espacio recorrido, determinar el valor de la energía potencial gravitatoria E_p, el de la energía cinética de rotación E_r y el de la energía cinética de traslación E_t

serie	***s± Δs (cm)***	E_p ***(J)***	E_r ***(J)***	E_t ***(J)***
1ª				
2ª				
3ª				
4ª				
5ª				

e) Representar el valor de cada energía frente al tiempo t. Indicar el tipo de curvas obtenidas.

f) ¿Se puede deducir, partiendo de los datos obtenidos, que se conserva la energía mecánica?

DETERMINACIÓN DEL MOMENTO DE INERCIA DE UN OBJETO MEDIANTE EL PÉNDULO DE TORSIÓN

OBJETIVO

Con esta práctica pretendemos determinar la dependencia del momento de inercia de un sistema compuesto por una barra metálica que posee dos cilindros móviles situados simétricamente respecto a un eje de rotación, en función de la distancia de los cilindros al eje de rotación. También determinaremos la masa de la barra y de los cilindros. Para ello, utilizaremos como dispositivo experimental, un péndulo de torsión.

MATERIAL

- Trípode con resorte y eje de rotación.
- Esfera maciza: m=0.761 kg; r= 0.070 m **I_z=0.00149 kg.m^2**
- Disco plano: m= 0.284 kg, r= 0.108 m **I_z=0.00166 kg m^2**
- Cilindro macizo: m=0.367 kg; r =0.0495 m; **I_z=0.00043 kg m^2**
- Cilindro hueco: I=0.00082 kg.m^2. **I_z=0.00082 kg m^2**
- Barra de metal, graduada en centímetros sobre la que se sitúan simétricamente respecto al eje de rotación, dos cilindros iguales que pueden desplazarse a lo largo de la barra.

FUNDAMENTO TEÓRICO

Un péndulo de torsión está compuesto por un cuerpo rígido sujeto mediante un resorte a un soporte fijo. Cuando el cuerpo se gira un cierto ángulo, θ, el resorte ejerce un momento de torsión restaurador sobre el cuerpo que será proporcional al desplazamiento angular. Es decir:

$$M = -\kappa\theta$$

donde κ es la constante de torsión del resorte.
Al aplicar la segunda ley de Newton al movimiento de rotación se obtiene:

$$M = -\kappa\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

por tanto

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\kappa}{I}\theta = 0$$

ecuación correspondiente al movimiento armónico simple en la cual $\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$ y el periodo de rotación del sistema será $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}}$

MÉTODO EXPERIMENTAL

Primera parte: determinación de la constate κ

El calibrado del péndulo permite obtener la constante de torsión del resorte, κ. Para ello se mide el periodo de oscilación de objetos de momento de inercia conocido en torno a un eje que pase por el centro de masas. Dichos objetos son: disco plano; cilindro hueco y cilindro macizo. Se coloca el objeto en el soporte ajustándolo de forma que la marca de referencia esté visible. Se gira un ángulo de 90º y se deja oscilar. Contar el tiempo en CINCO oscilaciones completas. Repetir la operación seis veces y calcular el periodo medio de oscilación.

Medidas	**T(s) cilindro hueco**	**T(s) cilindro macizo**	**T(s) disco plano**
1ª			
2ª			
3ª			
4ª			
5ª			
6ª			
	$\overline{T}(s)$	$\overline{T}(s)$	$\overline{T}(s)$

Calcular en los **tres casos el valor de κ** utilizando el valor del periodo medio y el valor del momento de inercia conocido del objeto (ver en el apartado **material**). Comprobamos el valor de la constante **κ** repitiendo la operación con la esfera, medir su periodo de oscilación y determinar el momento de inercia utilizando el valor de **κ** anterior.

Medidas	**T(s) esfera**
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
5ª	
6ª	
	$\overline{T}(s)$

Segunda parte: dependencia del momento de inercia de un objeto con la distancia al eje de rotación

En esta parte calcularemos el momento de inercia del sistema barra-cilindros para diferentes distancias de los cilindros al eje de rotación. Para ello mediremos la distancia de los cilindros al eje de rotación desde su centro geométrico, que coincide con el centro de masas.

Colocar la barra en el soporte del eje y ajustar el tornillo. Situar las dos masas a la misma distancia del eje de rotación y ajustarlas. Girar un ángulo de 90º y contar el tiempo en cinco oscilaciones. Repetir seis veces y calcular el periodo medio.

Con el valor de la constante **κ** anterior calcular el momento de inercia, $\mathbf{I_t}$. Repetir la experiencia para cuatro distancias diferentes.

Medidas	**T_1(s)** **d_1= cm**	**T_2(s)** **d_2= cm**	**T_3(s)** **d_3= cm**	**T_4(s)** **d_4= cm**
1ª				
2ª				
3ª				
4ª				
5ª				
6ª				
	$\overline{T}(s)$	$\overline{T}(s)$	$\overline{T}(s)$	$\overline{T}(s)$
I_t				

Resultados

Representar I_t frente a d^2. Del ajuste de la gráfica por mínimos cuadrados obtener el momento de inercia de la barra, I_b, y la masa de cada cilindro, con su error correspondiente.

Tendremos en cuenta que el momento de inercia total del sistema puede considerarse igual a:

$$I_t = I_b + 2 \cdot m \cdot d^2$$

Para lo cual consideramos que los dos cilindros son masas puntuales situadas en su centro de masas.

DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE UN CUERPO MEDIANTE EL PICNÓMETRO

OBJETIVO

Determinación de la densidad de un cuerpo de forma irregular mediante el picnómetro.

MATERIAL

Picnómetro
Balanza.
Frasco lavador con agua destilada.
Bolitas de plomo.

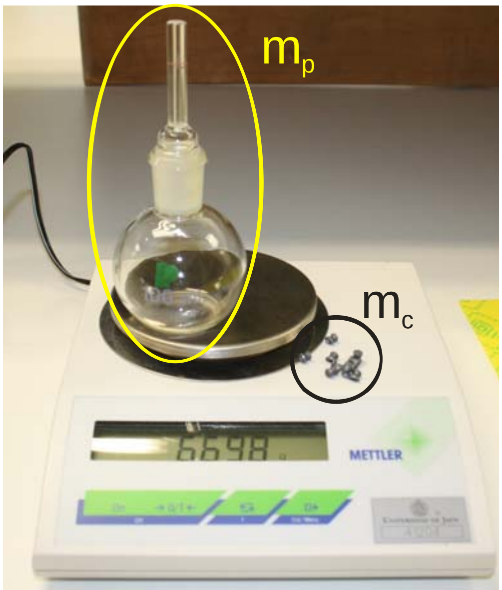
FUNDAMENTO TEÓRICO

La densidad de un cuerpo viene dada por:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad [1]$$

donde m es la masa del cuerpo y V su volumen. Vamos a tratar de medir esta magnitud para un cuerpo sólido utilizando el picnómetro. Este dispositivo (fig.1) es en esencia un recipiente cuyo tapón está taladrado y prolongado por un tubo que lleva a una cierta altura un enrase que sirve para obtener siempre un mismo volumen constante.

La determinación de la densidad de un cuerpo mediante el picnómetro se basa en el principio de Arquímedes según el cual, todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje hacia arriba igual al peso del volumen de fluido desalojado.



Supongamos que conocemos las siguientes masas:

a).- Masa del cuerpo problema: (m_c).
b).- Masa del picnómetro lleno de agua (m_p).
c).- Masa total del picnómetro con el cuerpo sumergido (m_t).

Por el principio de Arquímedes tenemos que:

$$p_t = p_p - \rho_{H_2O} V_c g + p_c \quad [2]$$

donde V_c es el volumen del cuerpo ρ_{H_2O} es la densidad del agua. Dividiendo entre g ambos miembros:

$$m_t = m_p - \rho_{H_2O} V_c + m_c \quad [3]$$

Teniendo en cuenta que:

$$m_c = \rho_c V_c \quad [4]$$

Donde ρ_c es la densidad del cuerpo problema. Al sustituir en la ecuación [1] se obtiene que:

$$m_t = m_p - \frac{\rho_{H_2O} m_c}{\rho_c} + m_c \quad [5]$$

Y, despejando la densidad del cuerpo, ρ_c, de la ecuación anterior tendremos que:

$$\rho_c = \frac{\rho_{H_2O} m_c}{m_p + m_c - m_t} \quad [6]$$

MÉTODO EXPERIMENTAL

Para todas las medidas directas realizadas tenemos en cuenta que el número de medidas a realizar dependerá del tanto por ciento de dispersión de las mismas. Se tomarán tres medidas si es menor del 2 % , o seis si es si es mayor al 2% y menor del 8%. En la primera situación el error será el error instrumental y en el segundo será el valor máximo entre la dispersión dividida por 4 y el error instrumental.

- En primer lugar debemos determinar la masa del picnómetro lleno de agua destilada hasta el enrase.

En cada medida llenaremos completamente el picnómetro de agua destilada, evitando la formación de burbujas en su interior. Al cerrarlo, el nivel de agua subirá por el capilar y ésta rebosará, quedando el capilar también lleno de agua. Una vez el agua haya rebosado, habrá que secar el picnómetro por fuera antes de pesarlo y eliminar el agua que sobrepase la ralla de enrase, haciendo coincidir la tangente de la curva en el límite líquido-aire (menisco) con la ralla del enrase, manteniendo el recipiente a la altura de los ojos.

- En segundo lugar, pesamos cinco plomillos bien secos y anotamos su masa.
  A continuación introducimos los cinco plomillos de uno en uno y con cuidado para que no se formen burbujas en el picnómetro. Enrasamos y secamos el picnómetro y la balanza como hemos hecho en el caso anterior y pesamos el picnómetro con los cinco plomillos.
- En tercer lugar pesamos otros cinco plomillos más y repetimos la operación anterior añadiéndolos al picnómetro y pesando el picnómetro con diez plomillos enrasado como hemos indicado anteriormente.

- A partir de la ecuación [6] determinamos el valor de $\boldsymbol{\rho_c}$, así como el error cometido en la determinación de esta medida indirecta, en ambos casos.

Toma de datos

masa 5 plomillos (1º grupo) m_c = ( )		**masa 5 plomillos (2º grupo)** m_c = ( )	**masa total 10 plomillos** m_c = ( )
Medidas	**Masa picnómetro H_2O** m_p ( )	**Masa total 5 plomillos** m_t ( )	**Masa total 10 plomillos** m_t ( )
1ª			
2ª			
3ª			
4ª			
5ª			
6ª			
$\bar{m}$			
Δm			
$\bar{m} \pm \Delta m$			

Cálculo de la densidad del plomo

Resultados	**Densidad** **Experiencia con 5 plomillos** **( )**	**Densidad** **Experiencia con 10 plomillos** **( )**
ρ_c		
$\Delta\rho_c$		
$\rho_c \pm \Delta\rho_c$		

ESTUDIO DE LA CONSTANTE ELÁSTICA DE UN RESORTE

OBJETIVOS

Determinar la constante elástica de un muelle mediante dos métodos: estático y dinámico

FUNDAMENTO

Según la ley de Hooke, para pequeñas amplitudes, la deformación sufrida por un material es proporcional a la acción deformadora.

$$F = kx \tag{1}$$

donde x es la deformación relativa a la posición de equilibrio, F la fuerza deformadora y k la constante elástica del material. El estudio estático del resorte consistirá entonces en la obtención de su constante elástica a partir de la medida de la elongación para una determinada fuerza conocida a partir de la ecuación (1).

La ecuación que define el movimiento de la masa es

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \tag{2}$$

que es la ecuación de un movimiento armónico simple de período

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{3}$$

Conociendo pues el período de oscilación del resorte, podrá determinarse k de forma sencilla. Este estudio recibe el nombre de estudio dinámico del muelle.

MATERIAL

El aparato consta de un soporte con un tablero vertical, en el que puede fijarse, a distintas alturas, una varilla metálica mediante un tornillo de presión. El extremo superior está doblado en ángulo recto, para poder sujetar un hilo elástico o un muelle de acero, que sostiene un dispositivo en el que se colocan las pesas; el borde de este dispositivo, al desplazarse frente a una escala graduada nos servirá para medir los alargamientos.

PARTE EXPERIMENTAL

Estudio estático.- En primer lugar se llevará a cabo un estudio estático del resorte. Como ya hemos mencionado, éste consiste en comprobar experimentalmente la ley de Hooke. Para ello se dispone de una caja de pesas que servirán para tomar datos de la elongación sufrida por el muelle para distintas fuerzas deformadoras. Se representará en papel milimetrado la elongación respecto a la posición en ausencia de pesas en abscisas y la fuerza ejercida en ordenadas, debiendo obtenerse una recta cuya pendiente y ordenada en el origen son fácilmente determinables mediante los procedimientos descritos en el capítulo teórico de este guión. La constante elástica k del muelle vendrá finalmente determinada por el valor de dicha pendiente tal y como se deduce de (1).

Estudio diná mico.- Para llevar a cabo el estudio dinámico del muelle se coloca un número de pesas suficiente para que se alargue el muelle. A continuación, se alarga un poco más el muelle con la mano y se suelta con lo que la masa ligada al muelle empezará a describir un movimiento armónico simple, cuyo período podemos determinar a partir del tiempo t de n oscilaciones mediante

$$T = \frac{t}{n} \tag{4}$$

Conviene dejar pasar las primeras oscilaciones con el fin de que el movimiento se haga regular.

Determinado el periodo de la oscilación se calculará la constante elástica del muelle
aplicando la ecuación (3) elevada al cuadrado, es decir,

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k} = bm \quad \Rightarrow \quad b = \frac{4\pi^2}{k} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{4\pi^2}{b} \tag{5}$$

Según la expresión anterior la representación del periodo de oscilación en ordenadas frente a la masa que está oscilando en abscisas nos debe dar una línea recta. A partir de su pendiente b se puede calcular k utilizando la última parte de la ecuación (5).

RESULTADOS

Llévese a cabo en primer lugar el estudio estático y dinámico del muelle suministrado tal y como se indica en las secciones anteriores.

Preséntense en forma de tabla todas las medidas realizadas y justifíquese el número de las mismas. Incluir los cálculos y comentarios que se consideren oportunos.

Compárense los resultados obtenidos con uno y otro método y hacer un breve comentario acerca de las posibles causas y tipo de errores.

ESTUDIO DEL PÉNDULO SIMPLE

OBJETIVO

Determinación del comportamiento del péndulo y obtención del valor de la gravedad local.

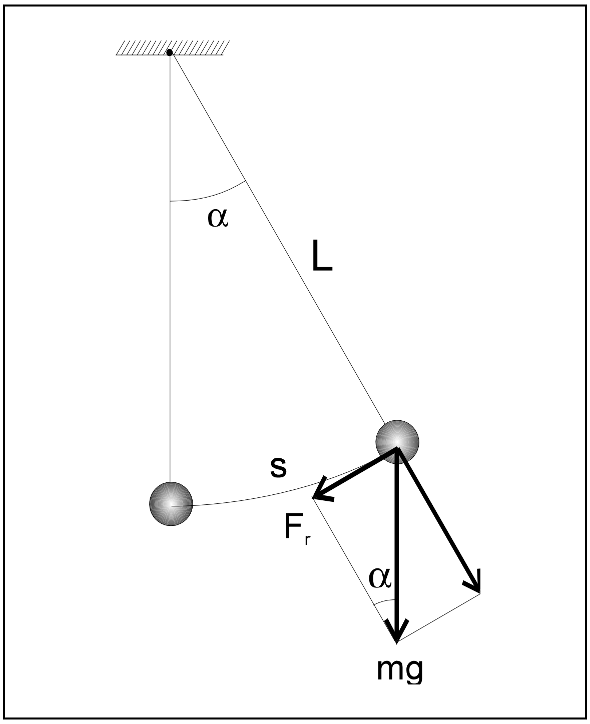
MATERIAL

Péndulo simple,
Cinta métrica,
Cronómetro.
Calibrador

FUNDAMENTO TEÓRICO

Un péndulo simple es un punto material suspendido a través de un hilo de un punto, sobre el que puede oscilar libremente. Consideremos la masa M, y la longitud del hilo L. Al separar esta masa de su posición de equilibrio un cierto ángulo α, la fuerza de su peso se descompone, tal como se indica en la figura. La fuerza F_r es una fuerza recuperadora que tiende a volver al péndulo a su situación de equilibrio. Su valor es :

$$F_r = -mg\,sen\,\alpha$$



El signo - indica que F_r y α siempre son de signos contrarios.

Si α es pequeño, α ≈ senα y se puede escribir:

$$F_r = -mg\alpha = -mg\frac{s}{L}$$

Suponiendo que la fuerza recuperadora es proporcional al desplazamiento respecto al centro de equilibrio, y que el movimiento es un movimiento armónico simple

$$F_r = -mg \cdot sen\alpha$$

Por tanto

$$k = \frac{mg}{L}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/L}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

A partir de esta expresión vamos a estudiar como varia T con d, y vamos a estimar el valor de g en nuestra latitud.

MÉTODO EXPERIMENTAL

A) Obtención de la gravedad a partir de la variación del periodo del péndulo con la longitud.

En primer lugar, vamos a estudiar como varía el tiempo que el péndulo tarde en dar una oscilación completa en función de la longitud. Para ello procederemos del siguiente modo: Medimos en primer lugar la longitud del péndulo para lo cual sumamos la longitud del hilo (d) y la mitad del diámetro de la masa esférica (D=25 mm).

$$L = d + \frac{1}{2} D$$

Separamos la masa de su posición de equilibrio unos 10º-15º y la dejamos mover libremente procurando que lo haga en un plano. Determinamos el periodo del péndulo midiendo 10 oscilaciones completas y dividiendo el tiempo total entre 10. Repetimos esta operación 3 veces, siempre y cuando el tanto por ciento de dispersión de las medidas sea menor del 2%.

A continuación modificamos la longitud del hilo y repetimos la medida de forma semejante a la anterior. Realizamos este tipo de medidas con 6 valores distintos de longitudes del hilo. Consignamos los resultados en el siguiente cuadro tomando nota del valor del periodo: T = t/10.

		Periodo T				
Series	L	T_1	T_2	T_3	$\bar{T}$	$\bar{T}^2$
1ª serie						
2ª serie						
3ª serie						
4ª serie						
5ª serie						
6ª serie						

Determinación de g.

a) Representar gráficamente los valores de T^2 frente a L. Ajuste los datos por mínimos cuadrados.

b) Obtener el valor experimental de la gravedad a partir de la gráfica.

c) Obtener el error de la gravedad, a partir de los datos obtenidos.

B) Obtención de la gravedad a partir de la ecuación del péndulo simple.

A continuación vamos a determinar, experimentalmente, el valor de la gravedad. A partir de la expresión del péndulo simple, podemos obtener el valor de g de la siguiente forma:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \text{y de aquí} \qquad g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

Esta expresión es aproximada, ya que hicimos la suposición de que $\alpha \approx \operatorname{sen}\alpha$. Para ángulos iniciales pequeños el error introducido es menor del 3%. Sin embargo, este valor aumenta considerablemente si lo hace α.

Una vez montado el péndulo se mide la longitud del mismo desde el punto de suspensión hasta el centro de la masa esférica. Se separa unos 10-15 grados de la posición de equilibrio y se cronometra el periodo contando 25 oscilaciones. Se repite esto tres veces:

L =…..				
T_1	T_2	T_3	$\bar{T}$	$\bar{T}^2$

El valor de la gravedad valdrá

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} = \qquad ;$$

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{m/s^2}$$

Determine el error cometido en nuestra apreciación de g, suponiendo que el valor correcto de la gravedad en nuestra latitud es 9.806 m/s²

$\Delta g=$

$E_r=$

OBTENCIÓN DE LA ACELERACIÓN DE UN CUERPO SOMETIDO A FUERZAS CONSTANTES

OBJETIVO

Cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas cuya suma es distinta de 0 adquiere una aceleración en la misma dirección y sentido de la fuerza resultante según expresa la segunda ley de Newton. Vamos a obtener el valor de esta aceleración en el caso sencillo de un cuerpo que descansa sobre un plano horizontal y a comparar el valor de la aceleración obtenida experimentalmente con el resultado que se obtendría teóricamente si no existiera rozamiento.

MATERIAL

1 Carril plano
1 Carrito cargado con una masa que se mueve sobre el carril
2 Células fotoeléctricas para obtener tiempos de pasada del móvil
1 Regla
1 Medido digital conectado a las células fotoeléctricas
3 Masas de distintos valores
Soportes
Cableado

FUNDAMENTO TEÓRICO

Si sobre un cuerpo actúan diversas fuerzas, se cumple, conforme la segunda ley de Newton

$$\sum_i f_i = F_R = ma \qquad [1]$$

por lo que la aceleración que adquiere el cuerpo viene dada por

$$a = \frac{\sum f_i}{m} \qquad [2]$$

Si las fuerzas que actúan sobre el cuerpo se mantienen constantes, y por tanto, la fuerza resultante también es constante, la aceleración que adquiere el cuerpo es constante, y el cuerpo se mueve en este caso con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Las ecuaciones cinemáticas que describen este movimiento obtenidas a partir de las definiciones de velocidad y aceleración (suponiendo que t y s comienzan a medirse de forma que t_0 y s_0 valgan 0) son

$$v = v_0 + at \qquad [3]$$

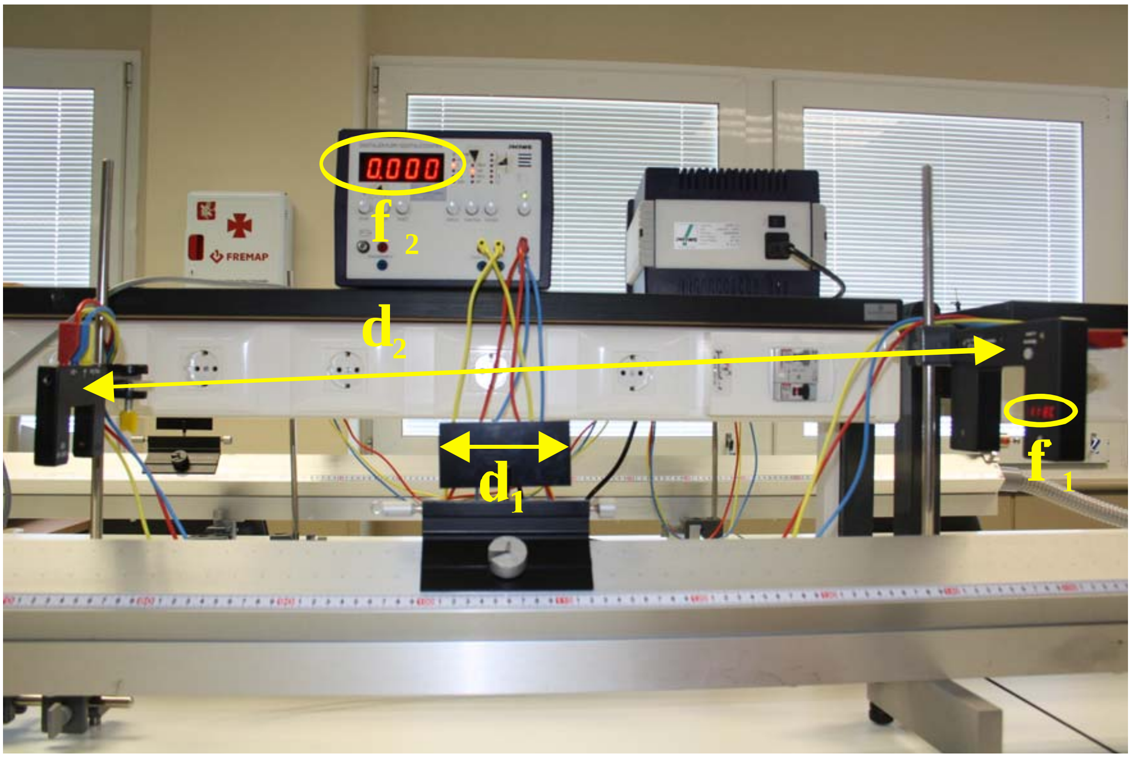
$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad [4]$$

Con estas ecuaciones se puede obtener el valor de la aceleración. A partir de la (2.3) si se conocen dos valores (inicial y final) de la velocidad y el tiempo transcurrido entre esos valores, en cuyo caso la aceleración vale

$$a = \frac{v - v_0}{t} \qquad [5]$$

Si no se pueden obtener las velocidades directamente, la aceleración se puede obtener utilizando la ecuación [4]. Para ello, se miden dos intervalos de tiempos distintos y los respectivos espacios recorridos entre cada uno de ellos. Se obtiene así dos ecuaciones con dos incógnitas de las que se puede despejar a y v_0.

El carrito m_1 que descansa sobre un plano horizontal se mueve al ser arrastrado por la masa m_2. Mediante dos contadores independientes, f_1 y f_2, medimos el tiempo que tarda el carrito en recorrer las distancias d_1 y d_2.



Cuando la banderola del carrito llega a la primera célula fotoeléctrica (el carrito llega con una velocidad v_0) y se disparan los dos contadores de tiempo, f_1 y f_2. El primer contador f_1 se cierra cuando la banderola acaba de pasar a través de él, y nos dará el tiempo t_1, mientras que el segundo contador, f_2, lo hace al llegar la banderola a la segunda célula fotoeléctrica y será la medida del tiempo t_2.

La ecuación para el primer contador será:

$$d_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \qquad [6]$$

y para el segundo:

$$d_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 \qquad [7]$$

A partir de estas ecuaciones podemos obtener las dos incógnitas a y v_0. Despejando de las ecuaciones anteriores

$$a = \frac{d_2 t_1 - d_1 t_2}{\frac{1}{2} t_2^2 t_1 - \frac{1}{2} t_1^2 t_2} \qquad [8]$$

$$v_0 = \frac{d_1 - \frac{1}{2} a t_1^2}{t_1} \qquad [9]$$

MÉTODO EXPERIMENTAL

1. Colocar una masa de 10 g en el soporte, m_2, y conectar todo el sistema de medidas de células fotoeléctrica estando el carrito m_1 en la parte más extrema del carril. Comprobar que están a 0 todos los contadores y dispuestos para medir el tiempo.

2. Dejar que se mueva libremente el carrito. Tomar nota de las medidas de tiempo proporcionadas por los medidores t_1 y t_2.

3. Repetir 6 veces las medidas.

4. Tomando el valor medio de las seis medidas obtener los valores de a y v_0 del movimiento.

5. Evaluar el valor que debería tener la aceleración del cuerpo si no existiera rozamiento mediante aplicación de la 2ª ley de Newton:

Volver a realizar los puntos 1,2,3,4 y 5 para masas de 20 g y de 30 g.

Representar gráficamente los valores del espacio, *s*, frente al tiempo, *t*, correspondiente a la masa de 20 g obtenida experimentalmente y superponerla para compararla a la aceleración teórica a_t que se obtendría si no hubiera rozamiento, calculando para ello la aceleración teórica a partir de la segunda ley de Newton que valdrá según la ecuación:

$$a_t = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g \qquad [10]$$

Del análisis de los cálculos y de las gráficas conteste a estas dos cuestiones:

a) Si no hubiera rozamiento, ¿qué tiempos habrían registrado los contadores f_1 y f_2.

b) Si no hubiera rozamiento, ¿qué distancias se habrían recorrido en los tiempos que hemos registrado experimentalmente?

Toma de datos

masa = 10g

Medida	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**	**5º**	**6º**	$\bar{t}$
t_1(s)							
t_2(s)							
d_1 =				**d_2 =**			

a=	**v_0=**

masa = 20 g

Medida	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**	**5º**	**6º**	$\bar{t}$
t_1(s)							
t_2(s)							
d_1 =				**d_2 =**			

a=	**v_0=**

masa = 30g

Medida	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**	**5º**	**6º**	$\bar{t}$
t_1(s)							
t_2(s)							
d_1 =				**d_2 =**			

a=	**v_0=**

PLANO INCLINADO

OBJETIVO: Determinación del coeficiente de rozamiento estático entre dos superficies utilizando un plano inclinado.

MATERIAL: Plano, inclinado, pieza problema, hilo, caja de pesas.

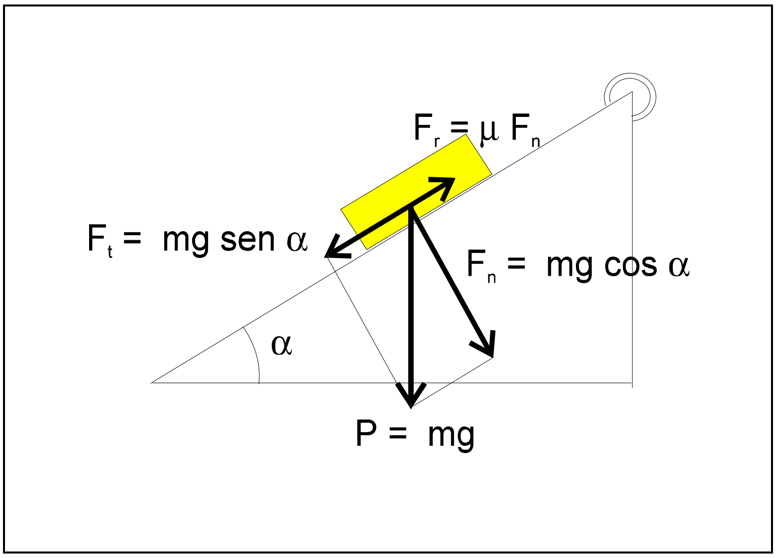
FUNDAMENTO TEÓRICO

Un procedimiento para determinar el coeficiente de rozamiento es mediante la utilización de un plano inclinado. Cuando un cuerpo está sobre un plano inclinado, la fuerza de su peso (mg) se descompone en una fuerza normal (F_n) que es contrarrestada por la reacción del plano y en otra fuerza tangencial (F_t) que tiende a mover el cuerpo en la dirección del plano, tal como se señala en la figura. Esta fuerza es mayor cuanto mayor es el ángulo de inclinación del plano. La fuerza de rozamiento (F_r) se opone a este movimiento, y es proporcional, como es conocido, al valor de la fuerza normal.

PROCEDIMIENTO Y RESULTADOS

A) Movimiento de descenso.

Consideremos inicialmente una masa situada sobre un plano horizontal. Si vamos levantando el plano poco a poco, el cuerpo comenzará a moverse justo cuando la fuerza tangencial supere a la de rozamiento. En esa situación se cumple:



$$mg\,\mathrm{sen}\,\alpha = \mu_e mg\cos\alpha \qquad \text{y por tanto:} \qquad \mu_e = \mathrm{tg}\alpha \qquad (1)$$

Para obtener los datos proceda de la siguiente forma:

1) Coloque la pieza sobre el plano, situado al principio horizontalmente, y varíe lentamente su inclinación hasta que comience a moverse.

2) En ese momento mida el ángulo de inclinación del plano inclinado, o bien determine directamente μ_e a través de la tangente de ese ángulo, midiendo la altura h a una distancia horizontal d del vértice y realizando el cociente entre ambos valores.

3) Repita este proceso, al menos, 5 veces más colocando el cuerpo en otras posiciones a lo largo del plano inclinado. Exprese el valor obtenido del tanto por ciento de la dispersión.

Con las medidas realizadas, complete la siguiente tabla:

	h **±**	**d ±**	**μ_e = tg α**
1			
2			
3			

D = T_D =

μ_e = ±

B) Movimiento de ascenso.

Otra forma de determinar el coeficiente de rozamiento, es obligando al cuerpo a que suba por el plano inclinado mediante la aplicación de una fuerza en la dirección del plano, pero en sentido inverso a la fuerza tangencial. El rozamiento cambia de sentido y se verifica (ver figura de la página siguiente):

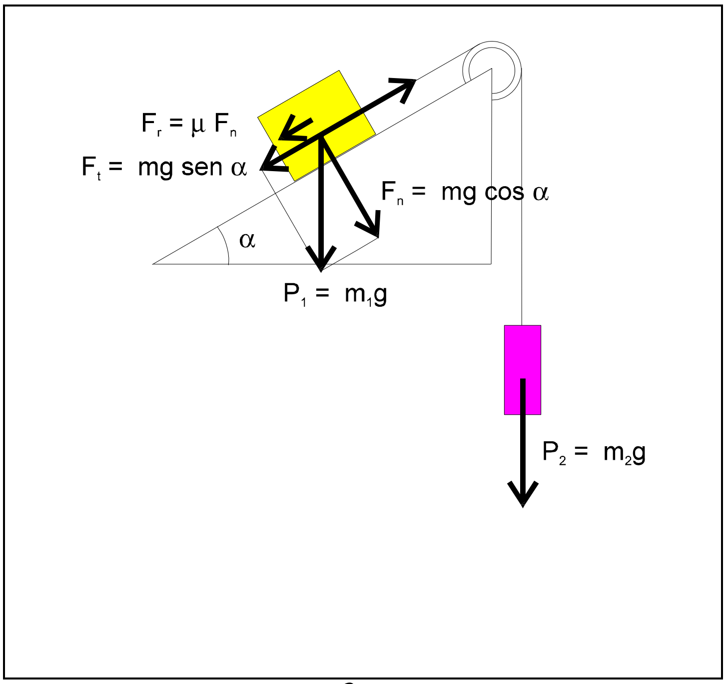
$$m_2 g = m_1 g \,\mathrm{sen}\,\alpha + \mu_e m_1 g \cos\alpha$$

de donde

$$\mu_e = \frac{m_2 g - m_1 g \,\mathrm{sen}\,\alpha}{m_1 g \cos\alpha} \qquad (2)$$

Para determinar μ_e de esta otra forma hay que proceder de la siguiente manera:

1) Sitúe es sistema con un ángulo fijo y determine su valor.
2) Pese la masa situada en la plano inclinado.
3) Coloque sobre el platillo sucesivas masas hasta que se observe que comienza a moverse el conjunto de forma ascendente sobre el plano. Tome nota del valor de la masa total necesaria.
4) Repita los pasos anteriores dos veces más para cada ángulo.
5) Realice 5 veces la misma operación para distintos ángulos del plano inclinado.



Anote los resultados en la siguiente tabla: m_1 =

α	m_2	μ_e ±
		$\bar{u}_e$ ±

CUESTIONES

1.- ¿Qué opciones se le ocurren para disminuir los errores de μ_e?.

2.- Encuentre las expresiones de los errores de μ_e con las ecuaciones (1) y (2).