UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

XXIII OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA
FASE LOCAL
10 de marzo 2012

PRIMER PROBLEMA

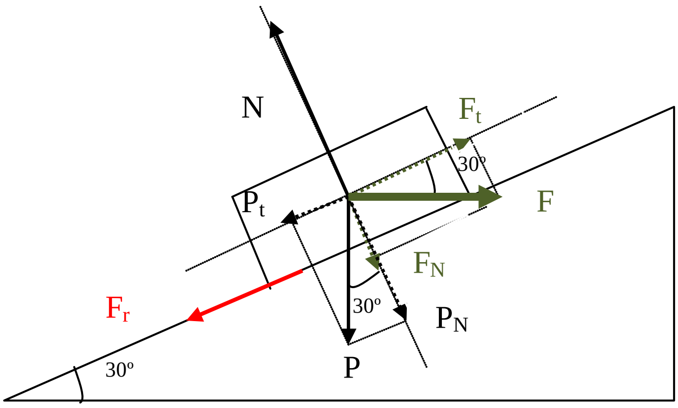
En un plano inclinado 30º sobre la horizontal hay un cuerpo de 10 kg. Sobre dicho cuerpo actúa una fuerza horizontal de 80 N. El coeficiente de rozamiento entre plano y cuerpo es de 0,1.

a) Realizar un esquema de las fuerzas que intervienen en el problema.
b) Hallar la fuerza de rozamiento.
c) Determinar la aceleración con que se eleva el cuerpo.
d) ¿Qué valor debería tener la fuerza horizontal para que el cuerpo no deslizara por el plano inclinado? Realizar gráfico de fuerzas y razonar la respuesta.

Datos: $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

SOLUCIÓN

a) $\mu = 0{,}1$
m= 10 kg
Plano Inclinado 30º
F = 10 N



b) $F_r = \mu\ (F_N + P_N)$

$$F_r = \mu\ (F\text{sen}30º + mg\text{sen}30º) = 0,\ 1\ (80 \times 0{,}5 + 10\ kg \times 9{,}8\ m/s^2 \times 0{,}866)$$

$$\mathbf{Fr = 12{,}5\ N}$$

c)

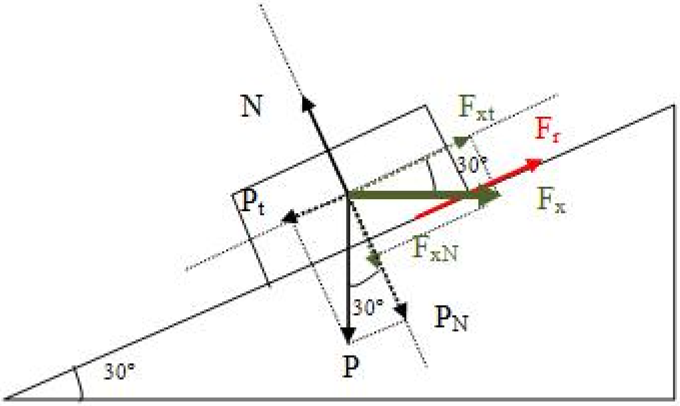
$$F_t - P_t - F_r = ma$$

$$a = (F_t - P_t - F_r) / m = (F\cos30º - mg\text{sen}30º - F_r) / m$$

$$a = (80\ N \times 0.866 - 10\ kg \times 9{,}8\ m/s^2 \times 0{,}5 - 12{,}5\ N) / 10\ kg$$

$$\mathbf{a = 0{,}778\ m/s^2}$$

d)



Para que el cuerpo no se deslice por el plano inclinado se ha de cumplir: $\sum F = 0$ N

$$\mathbf{P_t - F_{xt} - F_r = 0\ N} \quad \begin{cases} \mathbf{P_t} = P\text{sen}30^\circ = mg\text{sen}30^\circ = 10\text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}5 = 49\ \text{N} \\ \mathbf{F_{xt}} = F_x\cos30^\circ = 0.866 \times F_x \\ F_r = \mu\ (P_N + F_{xN}) = \mu\ (mg\cos30^\circ + F_x\text{sen}30^\circ) \\ F_r = 0{,}1\ (10\text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}866 + F_x \times 0{,}5) \\ \mathbf{F_r} = 8{,}48 + 0{,}05F_x \end{cases}$$

$$P_t - F_{xt} - F_r = 0\ \text{N}$$

$$49 - 0{,}866F_x - 8{,}48 - 0{,}05F_x = 0$$

$$40{,}52 - 0{,}916F_x = 0$$

$$F_x = 40{,}52 / 0{,}916$$

$$\mathbf{F_x = 44{,}23\ N}$$

SEGUNDO PROBLEMA

1.-Suponiendo la densidad de la Tierra constante, calcular la profundidad medida desde la superficie terrestre a la cual el peso de un objeto es la cuarta parte de su peso en la superficie.

2.-Un satélite de 1500 kg de masa gira alrededor de la Tierra en una órbita geoestacionaria. Calcular:

a) el radio de la órbita y su velocidad orbital.
b) Si el satélite cambia de órbita, calcular la variación energía puesta en juego si se sitúa en una nueva órbita en la cual el periodo de revolución es el triple del periodo de revolución de la órbita geoestacionaria. Explicar el significado del signo obtenido.

Datos:
Periodo de revolución de la Tierra: 23h 56 min 4s; Radio de la Tierra = 6378 km;
g = 9.8 ms^{-2}

SOLUCIÓN
1.-
La condición del problema es que:

$$P_h = \frac{1}{4}P_0 \text{ luego } g_h = \frac{1}{4}g_0$$

Como la densidad de la tierra es constante:

$$G\frac{\rho 4/3\pi r^3}{r^2} = \frac{1}{4}G\frac{\rho 4/3\pi R^3}{R^2}$$

y se obtiene que:

$$r = \frac{1}{4}R = 1594{,}5\ m$$

Se deduce que el valor de la profundidad h será:

$\boldsymbol{h = R - r = 4783{,}5\ m}$

2.-

a) A partir de la tercera ley de Kepler,

$$\frac{T_G^2}{r_G^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M}$$

o bien teniendo en cuenta que:

$$v_G = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r_G}} \text{ y}$$

$$v_G = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_G}{T_G}$$

Igualando ambas:

$$r_G = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

Sustituyendo:

$$\boldsymbol{r_G = 42{,}16 \cdot 10^6 m} \text{ y } \boldsymbol{v_G = 3074{,}8\ m/s}$$

b) Calculamos el radio de la nueva órbita:

$$r_f == \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T_f^2}{4 \cdot \pi^2}} = r_G \sqrt[3]{9}$$

c) La variación de energía mecánica entre ambas órbitas será:

$$\Delta E_m = E_{mf} - E_{mi} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r_f} - \left(-\frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r_i}\right) = \boldsymbol{3{,}7 \cdot 10^9 J}$$

El signo positivo indica que hay que aportar un trabajo mediante una fuerza exterior igual a la variación de energía mecánica entre las posiciones final e inicial.

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

TERCER PROBLEMA

Una carga eléctrica Q_1 de +100 μC está situada en el origen de coordenadas. En el punto de coordenadas (1,0) m se sitúa otra carga Q_2. Si la carga Q_2 se desplaza siguiendo una trayectoria helicoidal hasta un punto P (3,0) m, realizando un trabajo de -27 J, determinar:

a) el valor y signo de la carga Q_2.
b) Si el desplazamiento seguido por la carga hubiera sido una línea recta, ¿cómo afectaría al trabajo realizado?, razonar la respuesta.
c) Calcular el vector campo eléctrico en el punto intermedio entre ambas cargas en sus posiciones finales.

Datos:
$K=9.10^9$ N.m^{2}C^{-2}

a) $W_{1\to 2} = q_2(V_1 - V_2)$ sustituyendo valores:

$$-27 = q_2 \cdot K \cdot \left(\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_1}{r_2}\right) = q_2 \cdot 9 \cdot 10^9 \left(\frac{100 \cdot 10^{-6}}{1} - \frac{100 \cdot 10^{-6}}{3}\right)$$

Por tanto:
$\boldsymbol{q_2 = -4,5 \cdot 10^{-5} C}$

b) El trabajo realizado sería el mismo ya que el campo de fuerzas es conservativo y por tanto el trabajo no depende de la trayectoria y únicamente será función de las posiciones de los puntos inicial y final.

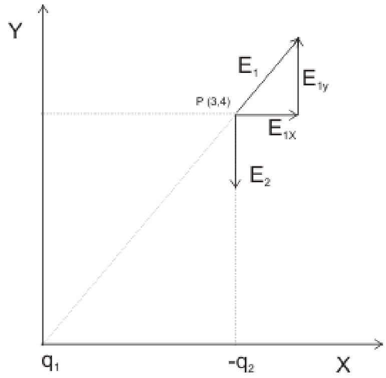
c)

El módulo del campo eléctrico en P debido a q_1 será:

$$E_1 = K \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-4}}{\left(\sqrt{3^2+4^2}\right)^2} = 3,6 \cdot 10^4 N/C$$

Y el correspondiente debido a q_2:

$$E_2 = K \cdot \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{4,5 \cdot 10^{-5}}{4^2} = 2,53 \cdot 10^4 N/C$$



El vector $\overrightarrow{E_1}$ vendrá determinado por:

$$\overrightarrow{E_1} = E_{1x}\frac{3}{5}\vec{\imath} + E_{1y}\frac{4}{5}\vec{\jmath} = 3{,}6\cdot 10^4\cdot\frac{3}{5}\vec{\imath} + 3{,}6\cdot 10^4\cdot\frac{4}{5}\vec{\jmath} = 2{,}16\cdot 10^4\vec{\imath} + 2{,}88\cdot 10^4\vec{\jmath}\,N/C$$

Y el vector $\overrightarrow{E_2}$:

$$\overrightarrow{E_2} = -2{,}53\cdot 10^4\vec{\jmath}\,N/C$$

Luego al sumar componentes se obtiene:

$$\boldsymbol{\vec{E} = 2,16\cdot 10^4\vec{\imath} + 0,35\cdot 10^4\vec{\jmath}\,N/C}$$