OLIMPIADA LOCAL DE FÍSICA. JAÉN 2011

Universidades de Jaén

2 Problema

Nuestro sistema Solar gira alrededor del Centro de la Vía Láctea a una distancia de 30.000 años luz (1 año luz = $9.5 \cdot 10^{15}$ m). Si aproximadamente tarda 200 millones de años en realizar una rotación completa, a) ¿podría hacer una estimación de la masa de la Galaxia, suponiendo que la mayor parte de la misma está distribuida en su centro? B) Si, por término medio, la masa de las estrellas fuese similar a la del Sol (esto es, unos $2 \cdot 10^{30}$ Kg) ¿cuántas estrellas habría en la Vía Láctea?

(Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 / Kg^2)

SOLUCIÓN:

Distancia de nuestro sistema solar al centro de la Vía Láctea:

$$R_s = 30.000\ años\ luz = 30.000 \cdot 9{,}5 \cdot \frac{10^{15} m}{añoluz} = 2.85 \cdot 10^{20} m$$

Periodo de rotación:

$$T_s = 2 \cdot 10^{8} años \cdot 365 \frac{días}{año} \cdot 86400 \frac{segundos}{día} = 6.3072\ 10^{15} s$$

a) Según la tercera ley de Kepler, la masa de la Galaxia será:

$$M_G = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{R_s^3}{T^2} = 3.44425 \cdot 10^{41}\ Kg$$

b) El número de estrellas que, aproximadamente, tendrá la Vía Láctea será igual a su masa dividida por la masa media de las estrellas, esto es: *m_s= 2 · 10^{30} Kg. Así pues:*

$$N = \frac{M_G}{m_S} = \frac{3.44425 \cdot 10^{41}}{2 \cdot 10^{30}} = 1.722 \cdot 10^{11} estrellas$$

OLIMPIADA LOCAL DE FÍSICA. JAÉN 2011

Universidades de Jaén

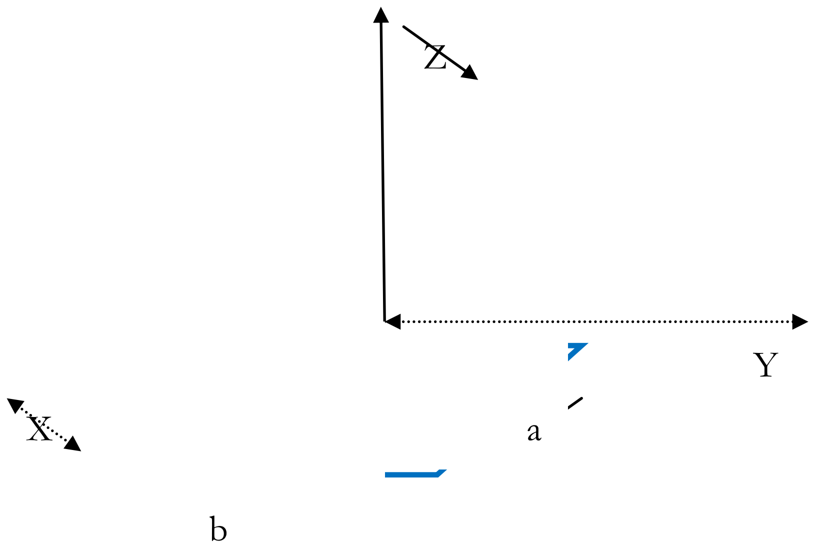
3 Problema

La figura representa una espira de alambre rectangular, de lados a=40 cm y b=20 cm, situada en el plano XY, con uno de sus lados sólidamente unido al eje X de forma que la espira puede girar libremente en torno a dicho eje. El alambre posee una densidad igual a 0,4 g/cm. Si por la espira circula una intensidad de corriente de 20 A en sentido antihorario, analiza razonadamente:

a) la dirección y sentido del vector campo magnético, capaz de mantener la espira en equilibrio.
b) el valor del campo magnético.

Suponer que por la espira no circula inicialmente corriente. Si gira en torno al eje X en sentido contrario a las agujas del reloj, con velocidad angular constante, empleando 2s en dar una vuelta completa, en presencia del campo magnético determinado anteriormente y en t=0 se halla en el plano XY,

c) ¿Cuál es el valor máximo del flujo magnético a través de la espira, ¿en qué posición ha de estar situada la espira?
d) Determinar el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira en los instantes de tiempo t_1=0,5 s y t_2 =4 s.



SOLUCIÓN PROBLEMA 3

a).-Para que la espira esté en equilibrio, el momento magnético debe ser igual y de sentido opuesto al momento de la fuerza peso.
En el equilibrio:

$$\sum \vec{M} = 0$$

como se cumple que el vector momento de la fuerza peso es igual a:

$$\overrightarrow{M_p} = M_p(-\vec{\imath})$$

el momento de la fuerza magnética debe tener la dirección del eje X en sentido positivo.
La única contribución a dicho memento será la de la fuerza que actúa en el lado de la espira paralelo al eje X y separado una distancia b de dicho eje.
Dicha fuerza tiene que ser de sentido opuesto a la fuerza peso por lo cual el campo magnético debe ser paralelo al eje Y sentido negativo.

b).-Para obtener el valor de B, sabemos que el momento de la fuerza peso respecto al eje X será la suma de los momentos respecto a dicho eje del peso de los tres lados no adyacentes,

$$\overrightarrow{M_p} = -\left(2\rho b g\frac{b}{2} + \rho a g b\right)\vec{\imath} = -(2.0{,}04.0{,}2.9{,}8.0{,}1 + 0{,}04.0{,}4.9{,}8.0{,}2)\vec{\imath} = -0{,}047\vec{\imath}\, N.m$$

La fuerza magnética en el lado en el que el campo magnético origina un momento magnético respecto al eje X será el lado paralelo a dicho eje Y :

$\overrightarrow{F_m} = I.a.B\vec{k}$

luego el momento magnético vale:

$\overrightarrow{M_m} = I.a.B.b\,\vec{\imath}$

Igualando su valor al momento de la fuerza peso se obtiene:

$IaBb = 0{,}047\ N.m \rightarrow B = \dfrac{0{,}047}{20.0{,}4.0{,}2} = 0{,}029\ T$

c).-El flujo magnético a través de la espira será:

$$\emptyset = \vec{B}\vec{S} = B.S.\cos(\omega t + \theta_0) \text{ dónde } \theta_0 = \pi/2.$$

El valor del flujo máximo será:

$$\emptyset_m = B.S = 0{,}029.(0{,}2.0{,}4) = 2{,}35.10^{-3}Wb$$

y la posición de la espira será aquella en la que $\cos(\omega t + \theta_0) = \pm 1$ condición que se cumple cuando el plano de la espira es perpendicular al vector $\vec{B}$, es decir la espira está en el plano XZ.

d).-El valor de la fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{d\emptyset}{dt} = BS\omega sen\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

En los instantes de tiempo pedidos su valor será:

$$\varepsilon(0{,}5s) = 0{,}029.(0{,}2.0{,}4)\frac{2\pi}{2}sen\left(\frac{2\pi}{2}.0{,}5 + \frac{\pi}{2}\right) = 0V$$

$$\varepsilon(4s) = 0{,}029.(0{,}2.0{,}4)\frac{2\pi}{2}sen\left(\frac{2\pi}{2}.4 + \frac{\pi}{2}\right) = 7{,}39.10^{-3}V$$