SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS DE LA OLIMPIADA DEL 2010. FASE LOCAL

Solución ejercicios nº 1

Una plataforma circular, colocada horizontalmente, gira con una frecuencia de 2 vueltas por segundo alrededor de un eje vertical que pasa por su centro. Sobre ella colocamos un objeto de madera tal que el coeficiente de rozamiento estático de rozamiento entre el cuerpo y la plataforma es 0,4:

a) Realizar un gráfico explicativo de las fuerzas que intervienen y explicar su significado.
b) Hallar la distancia máxima al eje de giro a la que debemos colocar el cuerpo para que éste gire con la plataforma sin ser lanzado al exterior.
(Datos: $g = 9{,}8\ m/s^2$)

Solución:

$N = m.g$

$F_r = m\ w^2.r$

Como $F_r = \mu_e\ .N = \mu_e\ .\ m\ g$

Resulta

$m.w^2.\ r = \mu_e.\ m\ g$

de donde

$r = \mu_e\ .\ g\ /\ w^2 = \mu_e\ .\ g\ /\ 4\ \pi^2\ v^2 = 0{,}4.9{,}8\ /\ 4\ \pi^2\ (2\ s^{-1})^2 = 2{,}5\ cm$

PREGUNTAS:

1. Cuando un móvil se encuentra en una cuesta la componente del peso proyectada sobre la dirección inclinada, le proporciona una fuerza f = m.a , en virtud de la cual su movimiento es uniformemente acelerado. Si la cuesta tiene una longitud de 200 m y una altura de 30 m , ¿con qué aceleración desciende?
   a) 9,8 m/s^2
   b) 4,9 m/s^2
   c) 1,47 m/s^2

   a. s = g.h   a = g.h/ s = 9,8 . 30 / 200 = 1,47 m /s^2

2. Un hombre de masa 80 kg cuelga de una cuerda atada a un helicóptero que asciende verticalmente con una aceleración de 5 m/s^2 ¿Qué tensión soportará la cuerda?
   a) 384 N
   b) 1184 N
   c) 592 N

   La respuesta verdadera es la b) 1184 N

   Según la segunda ley de Newton

   ΣF = m.a   T-p = m.a ;   T = P + m.a = m (g + a) = 80 (9,8+5) = 1184 N

3. Comente cada una de las siguientes frases:
   a) ¿Para qué sirven los dibujos antideslizantes que llevan las cubiertas de los neumáticos?

      Para aumentar con sus irregularidades el coeficiente de rozamiento y evitar que las ruedas patinen

   b) ¿Por qué al descargarse un carro de tierra esta toma forma cónica? ¿De qué depende el ángulo en el vértice del cono?

      El coeficiente de rozamiento de la arena consigo misma permite que esta deslice, siempre que la pendiente a lo largo de cualquier generatriz del montón sea mayor que el coeficiente de rozamiento, mientras que la retiene en caso contrario. El ángulo en el vértice será por ello: cot α =μ.

c) La fuerza de rozamiento aumenta al aumentar el área de las superficies en contacto.
Es totalmente falsa, ya que se ha comprobado experimentalmente que dicha fuerza depende de la naturaleza y estado de pulimento de los cuerpos en contacto, pero totalmente independiente del área de las mismas.

<u>Resolución del problema nº 2</u>

a) De acuerdo con la ley de la dinámica del movimiento circular uniforme, aplicada al caso de los satélites, se debe cumplir:

Fuerza de gravedad = masa del satélite x aceleración centrípeta, es decir:

$$G\frac{M_T M_s}{r^2} = M_s \frac{V_0^2}{r} \quad \Rightarrow \quad V_o = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \qquad (1)$$

Teniendo en cuenta los valores de G, M_T y de r = R_T+h = 6.800.000 m = $6,8 \cdot 10^6$ m, al sustituir en la ecuación anterior, se obtiene el siguiente resultado:

- Velocidad orbital: *V_0 = 7658,77 m/s*

Como se está suponiendo que el satélite describe un movimiento circular uniforme, se debe cumplir:

$$V_0 = \omega\, r = \frac{2\pi}{T_0} r \quad \Rightarrow \quad \mathrm{T}_0 = \frac{2\pi\ \mathrm{r}}{V_0} = 5578{,}66\,\mathrm{s} \cong 93\,\mathrm{min.} \qquad (2)$$

b) Cálculo de la energía mecánica que tiene la Estación Espacial Internacional en su órbita:

Energía mecánica de la EEI es igual a la suma de la energía cinética orbital más la energía potencial que posee en dicha órbita.

Energía cinética:

- $E_c = \frac{1}{2} M_s V_0^2 = \frac{1}{2} M_s \frac{GM_T}{r}$ teniendo en cuenta la ecuación (1)
- Luego la energía cinética orbital vale: *E_c = ½ G (M_T M_S / r)* *(3)*

Energía potencial vale:

- *E_p = - G (M_T M_S / r)* *(4)*

Luego la energía mecánica tota será la suma de las ecuaciones (3) y (4), es decir:

- *E_0= ½ G (M_T M_S / r) - G (M_T M_S / r) = - ½ G (M_T M_S / r)*
- *$E_{0\,=\,-\,1/2}$ $6,67 \cdot 10^{-11}$($5,98 \cdot 10^{24} \cdot 4,64 \cdot 10^5 / 6,8 \cdot 10^6$) = - $1,361 \cdot 10^{13}$ J(5)*

c) La energía mecánica que tendría la Estación Espacial en la nueva órbita sería igual a:

- $E'_{0} = -\ 1/2\ 6{,}67 \cdot 10^{-11}(\ 5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 4{,}64 \cdot 10^{5} / \ 7{,}2 \cdot 10^{6}) = -\ 1{,}285 \cdot 10^{13}$ J(6)

Luego la energía que habría que proporcionarle, sería:

- $\Delta E = E'_o - E_o = -\ (1{,}285\ + 1{,}361) \cdot 10^{13} = 0{,}076 \cdot 10^{13} = 7{,}6 \cdot 10^{11}$ J

Problema Teórico nº 3. Solución:

Aplicando que la velocidad de propagación de una onda, v, es igual al producto de su longitud de onda, λ, por su frecuencia, f, teniendo en cuenta que la velocidad de una onda electromagnética es igual a la velocidad de la luz, y particularizando para la onda electromagnética de máxima emisión tenemos:

$$\lambda_{\max} \cdot f_{\max} = v \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\max} = \frac{v}{f_{\max}} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{6.036 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 497.02\ \text{nm}$$

Utilizando la ley de Wien podemos estimar cual es la temperatura de la superficie solar:

$$T_{Sol} \cdot \lambda_{\max} = 0.0028976\ \text{m}^{\text{o}}\text{K} \quad \Rightarrow \quad T_{Sol} = \frac{0.0028976\ \text{m}^{\text{o}}\text{K}}{497\ \text{nm}} = 5829.97\ ^{\text{o}}\text{K}$$

Por otro lado, podemos estimar la potencia de emisión del Sol, P_{Sol}, utilizando la ley de Stefan:

$$P_{Sol} = S_{sol} \cdot \sigma \cdot T_{Sol}^{4} = 4 \cdot \pi \cdot R_{Sol}^{2} \cdot \sigma \cdot T_{Sol}^{4}$$

donde S_{Sol} es la superficie del Sol y R_{Sol} es su radio.

Por tanto, la potencia absorbida por la tierra, $P_{Tierra}^{absorbida}$, será:

$$P_{Tierra}^{absorbida} = \frac{25\pi R_{Tierra}^{2}}{400\pi d_{Sol-Tierra}^{2}} P_{sol} = \frac{25 \cdot \pi \cdot R_{Sol}^{2} \cdot \sigma \cdot R_{Tierra}^{2}}{100 \cdot d_{Sol-Tierra}^{2}} T_{Sol}^{4}$$

donde R_{Tierra} es el radio de la tierra y $d_{Sol-Tierra}$ es la distancia media entre el Sol y la Tierra.

Por otro lado, usando nuevamente la ley de Stefan, la potencia emitida, $P_{Tierra}^{emitida}$, por la tierra viene dada por:

$$P_{Tierra}^{emitida} = S_{Tierra} \cdot \sigma \cdot T_{Tierra}^{4} = 4 \cdot \pi \cdot R_{Tierra}^{2} \cdot \sigma \cdot T_{Tierra}^{4}$$

En el equilibrio la potencial emitida tiene que ser igual a la potencia absorbida, es decir:

$$P_{Tierra}^{absorbida} = P_{Tierra}^{emitida}$$

De donde

$$\frac{25 \cdot \pi \cdot R_{Sol}^2 \cdot \sigma \cdot R_{Tierra}^2}{100 \cdot d_{Sol-Tierra}^2} T_{Sol}^4 = 4 \cdot \pi \cdot R_{Tierra}^2 \cdot \sigma \cdot T_{Tierra}^4 \quad \Rightarrow \quad T_{Tierra} = \sqrt[4]{\frac{25 \cdot R_{Sol}^2}{4 \cdot 100 \cdot d_{Sol-Tierra}^2} T_{Sol}^4} = \frac{T_{Sol}}{2} \sqrt{\frac{R_{Sol}}{d_{Sol-Tierra}}}$$

$$T_{Tierra} = \frac{5829.97 \text{ ºK}}{2} \sqrt{\frac{1392}{142700}} = 287.9 \text{ K} = 14.9 \text{ ºC}$$