UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

C1.- Sobre un cuerpo en reposo, de masa 3 kg, actúa una fuerza de 20 N durante 4 s. El cuerpo está situado sobre una superficie horizontal y la fuerza aplicada es paralela a la misma. Suponiendo un coeficiente de rozamiento $\mu = 0,2$, calcular el tiempo que transcurre desde que cesa la fuerza hasta que el cuerpo se para de nuevo.

Solución:

El impulso que recibe la masa es igual al incremento de su cantidad de movimiento. Como las fuerzas son constantes:

$$(F - F_r)t = mv - mv_0 = mv \qquad (20 - 0,2\cdot 3\cdot 9,8)4 = mv \qquad 56,48 = mv$$

Cuando adquiere esa velocidad solo actúa la F_r por lo que volviendo a aplicar este principio

$$-F_r t' = 0 - mv \qquad (-0,2\cdot 3\cdot 9,8)t' = 0 - mv \qquad 5,88\, t' = mv$$

Por tanto $t' = \dfrac{mv}{5,88} = \dfrac{56,48}{5,88} = 9,60 \text{ s}$ ◄

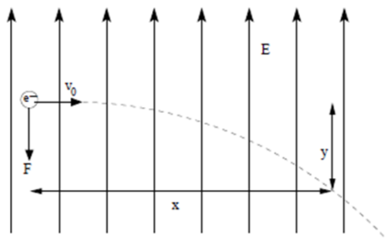
UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

C2. Un electrón que lleva una velocidad de $\vec{v} = 5 \cdot 10^6 \, \vec{i}$ m/s accede perpendicularmente a un campo eléctrico uniforme de intensidad $\vec{E} = 3000 \, \vec{j}$ N/C. Deduce la ecuación de la trayectoria que describe el electrón. ¿Qué distancia recorre verticalmente el electrón después de trasladarse horizontalmente 12 cm?



Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \, C$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \, Kg$

Solución:

Se elige como origen del sistema de referencia el punto en el que el electrón entra en el campo eléctrico. La partícula está sometida a un movimiento horizontal con velocidad constante y a un movimiento vertical uniformemente acelerado.

Sobre el electrón actúa la fuerza eléctrica del campo de dirección la sentido contrario al mismo, por lo que la aceleración está dirigida hacia la parte negativa del eje vertical. Aplicando la segunda ley de Newton, en módulo:

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{|q| E}{m}$$

Eliminando el tiempo en las ecuaciones paramétricas del movimiento del electrón, y como la aceleración tiene el sentido negativo del eje *Y*, se tiene que:

$$x = v_0 t \qquad ; \qquad y = \frac{1}{2} a t^2 = -\frac{1}{2} \frac{|q| E}{m} t^2$$

y sustituyendo el tiempo en la coordenada *y*:

$$y = -\frac{|q| E}{2 m v_0^2} x^2$$

Que es la ecuación de una parábola. Para calcular la distancia recorrida verticalmente basta sustituir en la ecuación de la trayectoria

$$y = -\frac{1,6 \cdot 10^{9} \cdot 3000}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (5 \cdot 10^6)^2} \cdot (0.12)^2 = -0,15 \, m$$

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

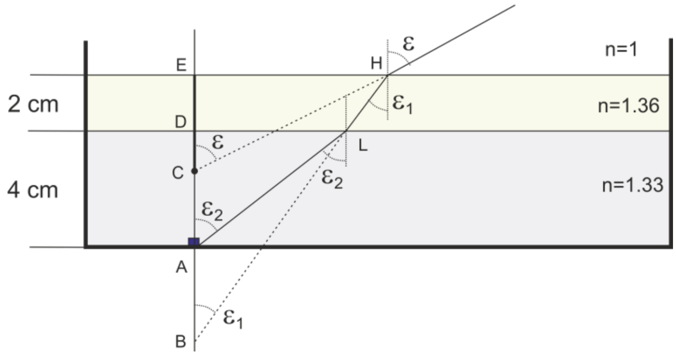
Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

C3. Dos líquidos no miscibles se encuentran superpuestos en una vasija. El de menor densidad tiene 2 cm de espesor y su índice de refracción es 1,36; el de mayor densidad tiene 4 cm de espesor y su índice de refracción es 1,33. En el fondo de la vasija hay un pequeño objeto. ¿A qué distancia de la superficie se verá dicho objeto cuando se observe desde fuera del recipiente? Datos: n del aire= 1

Solución:



Aplicando la Ley de Snell a cada una de las capas, y teniendo en cuenta que los ángulos son muy pequeños (el seno se confunde con la tangente), se tiene:

$$n_1 \text{ sen } \varepsilon_1 = n_2 \text{ sen } \varepsilon_2, \quad \text{o sea:} \quad n_1 \text{ tg } \varepsilon_1 = n_2 \text{ tg } \varepsilon_2, \qquad [1]$$

$$n \text{ sen } \varepsilon = n_1 \text{ sen } \varepsilon_1, \quad \text{o sea:} \quad n \text{ tg } \varepsilon = n_1 \text{ tg } \varepsilon_1 \qquad [2]$$

De la figura se deduce:

$$\text{tg } \varepsilon_1 = \frac{DL}{DB} = \frac{EH}{EB} \quad ; \quad \text{tg } \varepsilon_2 = \frac{DL}{DA} \quad ; \quad \text{tg } \varepsilon = \frac{EH}{EC}.$$

Sustituyendo en [1]:

$$1{,}36\frac{DL}{DB} = 1{,}33\frac{DL}{4}, \quad \text{de donde} \quad DB = 4{,}09.$$

Sustituyendo en [2]:

$$1 \cdot \frac{EH}{EC} = 1{,}36\frac{EH}{EB} = 1{,}36\frac{EH}{2+4{,}09} = 1{,}36\frac{EH}{6{,}09}.$$

Luego la altura aparente será:

$$EC = 4{,}478 \text{ cm}.$$

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

C4. Una partícula realiza un movimiento armónico simple transversal expresado por la ecuación $y = 4 sen\, 2\pi t$, unidades en el SI, y se propaga de derecha a izquierda en un medio elástico, con velocidad de 12 m/s. Calcular la elongación en un punto que se encuentra a 6 m de la partícula, medidos en la dirección de propagación, en el instante t= ¾ s

Solución: La ecuación general de una onda que se propaga de derecha a izquierda es

$$y(x,\, t) = 4 \text{ sen } (kx + \omega t)$$

En $x = 0$:

$$y(0,\, t) = A \text{ sen } \omega t$$

identificando con

$$y = 4 \text{ sen } 2\pi t$$

la pulsación es

$$\omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

y el período

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad ; \quad T = 1 \text{ s}$$

Amplitud: $A = 4$ m.

El número de onda lo obtenemos conocida la longitud de onda:

$$\lambda = v\,\text{T} \quad ; \quad \lambda = 12 \text{ m}$$

luego

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ; \quad k = \frac{\pi}{6} \text{ m}^{-1}$$

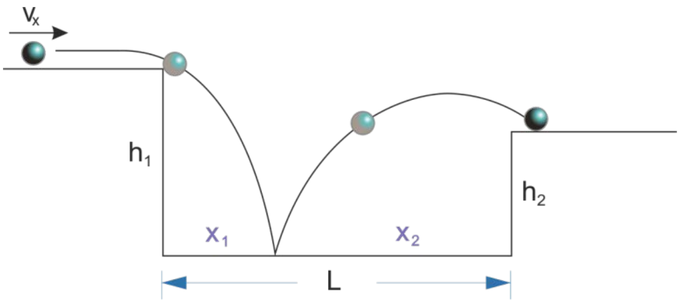
El estado de vibración en un punto cualquiera es

$$y(x,\, t) = 4 \text{ sen } \left(\frac{\pi}{6} x + 2\pi t\right)$$

Particularizando en $x = 6$ m y $t = \dfrac{3}{4}$ s:

$$y(6;\, 3/4) = 4 \text{ sen } \left(\pi + \frac{3\pi}{2}\right) = 4 \text{ m}$$

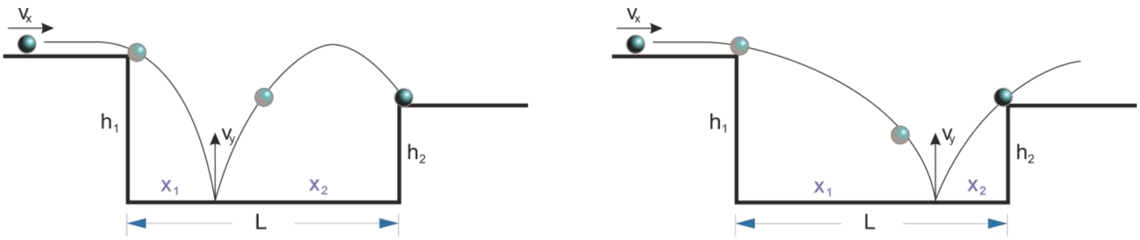
P3. A) Una bolita se mueve con una velocidad horizontal sobre el plano horizontal, cayendo en un hueco de longitud L donde, tras chocar con el suelo del hueco de manera elástica, puede salir y continuar en el segundo tramo horizontal. Calcular el valor máximo y mínimo de la velocidad v_x que debe llevar la bola, para que tras el rebote pueda salir del hueco, en función de las alturas de las paredes (h_1, h_2) y de la longitud del hueco (L). Nota: (Téngase en cuenta que en este choque se va a invertir la velocidad según la componente Y mientras va a permanecer constante la velocidad según X)



Solución:

Al ser un choque elástico la velocidad vertical en el punto de contacto con el suelo va a ser igual y de sentido contrario tas el choque. Llamémosla v_y.

Las condiciones límite serán las que permitan pasar a la bola por el punto superior de h_2 . Para obtener esos valores límites de v_x vamos a establecer, por tanto, que la bola alcance ese punto, cosa que podrá hacer en los dos casos indicados en la figura siguiente.



a) Para la bajada de la bola. Si llamamos t_1 al tiempo que tarda en caer:

$$x_1 = v_x t_1 \qquad h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \qquad \rightarrow \qquad t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \qquad \rightarrow \qquad x_1 = v_x \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

v_x permanece constante y $v_1 = g t_1$ dirigida hacia abajo

b) Para la subida de la bola. Se invierte la velocidad de v_y Si llamamos t_2 al tiempo que tarda en subir:

$$x_2 = v_x t_2 \qquad h_2 = v_y t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{2} g t_2^2 - v_y t_2 + h_2 = 0 \qquad \rightarrow \qquad t_2 = \frac{v_y \pm \sqrt{v_y^2 - 2 g h_2}}{g}$$

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

Sustituyendo v_y por su valor obtenido en las ecuaciones de caída

$$t_2 = \frac{v_y \pm \sqrt{v_y^2 - 2gh_2}}{g} = \frac{gt_1 \pm \sqrt{(gt_1)^2 - 2gh_2}}{g} = t_1 \pm \sqrt{\frac{g^2 t_1^2 - 2gh_2}{g^2}} = t_1 \pm \sqrt{t_1^2 - \frac{2h_2}{g}}$$

Como la suma de las distancias horizontales debe ser igual a L, $L = x_1 + x_2$

$$L = x_1 + x_2 = v_x t_1 + v_x t_2 = v_x t_1 + v_x t_2$$

y sustituyendo los valores de los tiempos

$$L = v_x t_1 + v_x t_2 = v_x \sqrt{\frac{2h_1}{g}} + v_x \left(t_1 \pm \sqrt{t_1^2 - \frac{2h_2}{g}} \right) = v_x \sqrt{\frac{2h_1}{g}} + v_x \left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} \pm \sqrt{\frac{2h_1}{g} - \frac{2h_2}{g}} \right) =$$

$$= v_x \sqrt{\frac{2h_1}{g}} + v_x \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \pm v_x \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} = 2v_x \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \pm v_x \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} = v_x \left(2\sqrt{\frac{2h_1}{g}} \pm \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} \right)$$

Despejando v_x

$$v_x = \frac{L}{2\sqrt{\frac{2h_1}{g}} \pm \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}}}$$

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

P2.- Sobre un plano inclinado 30º respecto de la horizontal se lanza hacia arriba un cuerpo. Cuando éste retorna a su posición de partida, su velocidad es la mitad de la inicial. ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano inclinado?

En la subida el cuerpo tiene un movimiento uniformemente retardado, cuya aceleración será:

$$F_t + F_r = ma_1$$

$$a_1 = g(sen30^o + \mu\cos 30^o) = g\left(\frac{1}{2} + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{g}{2}\left(1+\mu\sqrt{3}\right)$$

En la bajada tiene un movimiento uniformemente acelerado, cuya aceleración será:

$$F_t - F_r = ma_2$$

$$a_2 = g(sen30^o - \mu\cos 30^o) = g\left(\frac{1}{2} - \mu\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{g}{2}\left(1-\mu\sqrt{3}\right)$$

Por otra parte, en la subida se tiene $v^2 = v_0^2 - 2a_1 s$, y cuando se alcanza el punto más alto $v = 0$, por lo que

$$v_0^2 = 2a_1 s = 2\cdot\frac{g}{2}\left(1+\mu\sqrt{3}\right)s = g\left(1+\mu\sqrt{3}\right)s \quad (1)$$

En la bajada

$v^2 = 2a_2 s$, y como $v = \dfrac{v_0}{2}$, la expresión anterior queda como

$$\frac{v_0^2}{4} = 2\cdot\frac{g}{2}\left(1-\mu\sqrt{3}\right)s = g\left(1-\mu\sqrt{3}\right)s \quad (2)$$

Dividiendo miembro a miembro la (1) por la (2):

$$\frac{v_0^2}{v_0^2/4} = \frac{g\left(1+\mu\sqrt{3}\right)s}{g\left(1-\mu\sqrt{3}\right)s} \qquad \Rightarrow \qquad 4 = \frac{1+\mu\sqrt{3}}{1-\mu\sqrt{3}}$$

$$4 - 4\mu\sqrt{3} = 1 + \mu\sqrt{3} \qquad \Rightarrow \qquad 3 = 5\,\mu\sqrt{3}$$

$$\mu = \frac{3}{5\sqrt{3}} = 0{,}35 \quad \blacktriangleleft$$

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

P3. El 14 de octubre de 2002, Felix Baumgartner batió el record de salto a mayor altura de la superficie de la Tierra lanzándose desde 39.000 m. Algunos datos del salto que se proporcionaron son los siguientes:

1. **Altura desde la que Baumgartner saltó:** 39.000 metros sobre el nivel del mar
2. **Máxima velocidad alcanzada durante la caída libre:** 1.358 km/h (Mach 1.2)
3. **Tiempo transcurrido hasta alcanzar la velocidad del sonido durante la caída libre:** 34 segundos.
4. **Caída libre vertical antes de abrir el paracaídas:** 36.400 metros
5. **Tiempo transcurrido hasta alcanzar la velocidad máxima (Mach 1.25):** 50 segundos.
6. **Tiempo total en caída libre:** 4 minutos con 20 segundos.
7. **Apertura del paracaídas:** 2.600 metros sobre el nivel del mar (Aproximadamente 1.525 metros sobre el nivel del suelo).
8. **Tiempo total transcurrido desde el salto hasta el aterrizaje:** 9 minutos con 18 segundos
9. **Temperatura mínima a 18.203 metros:** -70.9° C

En base a esos datos responda a las siguientes cuestiones:

a) Que velocidad máxima teórica debería haber alcanzado en el momento de abrir el paracaídas si no hubiera habido rozamiento con la atmosfera?
b) ¿Qué % de energía se ha perdido como consecuencia del rozamiento, en el momento de abrir el paracaídas?
c) ¿Cuáles son las velocidad y aceleración media que ha llevado desde que salto hasta que abrió el paracaídas? ¿Y desde que abrió el paracaídas hasta que llegó a tierra?
d) Haga una gráfica estimativa representando la velocidad frente a la altura sobre el nivel del mar

*Datos: **g** a nivel del mar: 9,81 m/s^2; radio de la tierra: 6370 km;*

SOLUCION:

a) La gravedad no puede considerarse constante. Si no hay rozamiento, la energía mecánica se conserva y por tanto la variación de E_p será igual a la E_c, por lo que

$$E_{p1} + E_{c1} = E_{p2} + E_{c2} \quad ; \quad E_{c2} = E_{p1} - E_{p2} \quad ;$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = -G\frac{Mm}{d_1} + G\frac{Mm}{d_2} \quad ; \quad \frac{1}{2} v_2^2 = -G\frac{M}{d_1} + G\frac{M}{d_2} = GM\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right)$$

$$v_2^2 = 2GM\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right) = 2\frac{GM}{R_0^2}R_0^2\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right) = 2g_0R_0^2\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right)$$

$$v_2 = \sqrt{2g_0R_0^2\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right)} = \sqrt{2\cdot 9,81\cdot\left(6.37\cdot 10^6\right)^2\left(\frac{1}{6372600} - \frac{1}{6409000}\right)} = 842,34\ ms^{-1}$$

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Departamento de Física

Nombre y apellidos ....

Centro ....

Ciudad ....

b) La fracción perdida de energía respecto a la que debería haber tener:

$$Fracción\ \ perdida = \frac{\frac{1}{2}mv_T^2 - \frac{1}{2}mv_R^2}{\frac{1}{2}mv_T^2} = \frac{v_T^2 - v_R^2}{v_T^2} = 1 - \frac{v_R^2}{v_T^2} = 1 - \left(\frac{377,2}{842,34}\right)^2 = 0,7995 \approx 80\%$$

c) La velocidad media es $v_m = \frac{\Delta v}{t}$

Por tanto en el primer trayecto: $t = 4 \cdot 60 + 20 = 260\,s$

$$v_m = \frac{\Delta s}{t} = \frac{36400}{260} = 140\ ms^{-1} \qquad a_m = \frac{\Delta v}{t} = \frac{377,2 - 0}{260} = 1,45\,ms^{-2}$$

Y en el segundo: $t = 9 \cdot 60 + 18 - 260 = 298\,s$

$$v_m = \frac{\Delta s}{t} = \frac{1525}{298} = 5,12\,ms^{-1} \qquad a_m = \frac{\Delta v}{t} = \frac{0 - 377,2}{298} = -1,27\,ms^{-2}$$

d)