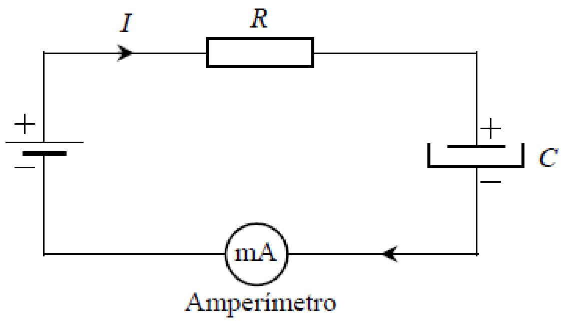
PRUEBA EXPERIMENTAL.
DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD DE UN CONDENSADOR

(basado en el ejercicio experimental propuesto en la fase nacional del año 2013)

Objetivo.

Estudiar experimentalmente el proceso de carga de un condensador a través de una resistencia, y deducir la capacidad del condensador.

Fundamentos



Un condensador es un dispositivo que sirve para almacenar carga eléctrica. La principal característica de un condensador es su *capacidad*, *C*, cociente entre la carga que almacena y la diferencia de potencial entre sus terminales.

En este experimento se va a cargar un condensador inicialmente descargado a través de una resistencia, *R de 98,6 k*Ω, alimentando el circuito con una fuente de alimentación, como se esquematiza en la figura. Tras cerrar el circuito, la corriente que circula empieza a cargar el condensador, de forma que aumenta la diferencia de potencial entre sus terminales. Por tanto, la caída de potencial en la resistencia y la corriente que circula por ella van disminuyendo. En concreto, puede demostrarse que la corriente disminuye exponencialmente con el tiempo, *t*, en la forma

$$I = I_0 e^{-(t/RC)} \qquad (1)$$

donde I_0 es la corriente inicial, cuando se cierra el circuito en t=0.

Procedimiento experimental

Tras comprobar que el condensador está inicialmente descargado, y una vez implementado el circuito, se cierra para que pueda comenzar a circular corriente, cosa que ocurre hasta que se carga el condensador.

1.- Se ha medido el valor de la intensidad que circula a intervalos de 10 segundos hasta 120 obteniéndose la siguiente tabla. Como la lectura del polímetro no es instantánea, no vamos a medir la intensidad en t=0, que la calcularemos posteriormente:

t **(s)**	***I*** **(µA)**	**ln *I***
10	43	
20	39	
30	36	
40	32	
50	29	

60	27	
70	24	
80	22	
90	20	
100	18	
110	17	
120	15	

2.- Transforme la ecuación (1) utilizando logaritmos neperianos para obtener una dependencia lineal entre la una función de I y el tiempo t. Anote en la tercera columna de la tabla anterior los valores de esta función de I.

3.- Represente gráficamente en el papel milimetrado los puntos correspondientes a esta dependencia lineal.

4.- Determine la pendiente, p, y la ordenada en el origen, c, de la recta que mejor se ajusta a estos puntos.

5.- A partir de los valores de p y c obtenidos en la gráfica, y del valor de R, determine los valores de la corriente inicial, I_0 , y de la capacidad del condensador, C.

6.- Suponga que la principal fuente de error en este experimento es la medida de la corriente I, y que la incertidumbre de cada medida es ± una unidad en el último dígito presentado en la pantalla del polímetro.

7.- Haga una estimación de las incertidumbres de I_0 y de C.

SOLUCION

1.- Para linealizar la ecuación:

Aplicando logaritmos a la ecuación (1) resulta

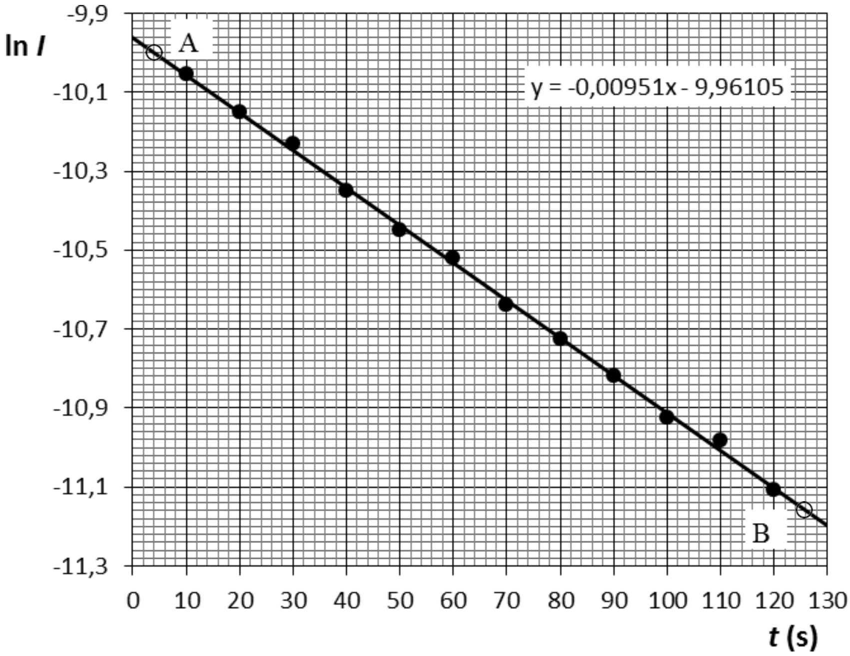
$$\ln I = \ln I_0 - \frac{1}{RC}t$$

de forma que se espera una dependencia lineal entre $\ln I$ y t, con pendiente $p = -1/(RC)$ y ordenada en el origen $c = \ln I_0$.

2.- Tabla de datos rellena:

t (s)	*I* (μA)	ln *I*	Δ(ln *I*)
10	43	-10,05	0,023
20	39	-10,15	0,026
30	36	-10,23	0,028
40	32	-10,35	0,031
50	29	-10,45	0,034
60	27	-10,52	0,037
70	24	-10,64	0,042
80	22	-10,72	0,045
90	20	-10,82	0,050
100	18	-10,93	0,056
110	17	-10,98	0,059
120	15	-11,11	0,067

A continuación, se presenta la gráfica pedida con la recta que mejor se ajusta a los puntos experimentales.



La pendiente de la recta pueden obtenerse a partir de las coordenadas de dos puntos alejados escogidos sobre la recta, por ejemplo los puntos A y B de la figura anterior.

$$p = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-11{,}16 - (-10{,}00)}{(126{,}0 - 4{,}0)\ \text{s}} = -9{,}508 \times 10^{-3}\ \text{s}^{-1}$$

La ordenada en el origen puede leerse directamente en la gráfica anterior

$$c = -9{,}96$$

Un ajuste por mínimos cuadrados conduce a los mismos resultados, con tres cifras significativas.

Directamente se deduce que

$$C = -\frac{1}{pR} = 1{,}067 \times 10^{-3}\ \text{F} \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = 1\,067\ \mu\text{F}}$$

La capacidad nominal del condensador es $1000\ \mu\text{F}$, con una tolerancia del ±20%.

Por otra parte

$$I_0 = e^c = 4{,}73 \times 10^{-5}\ \text{A} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_0 = 47{,}3\ \mu\text{A}}$$

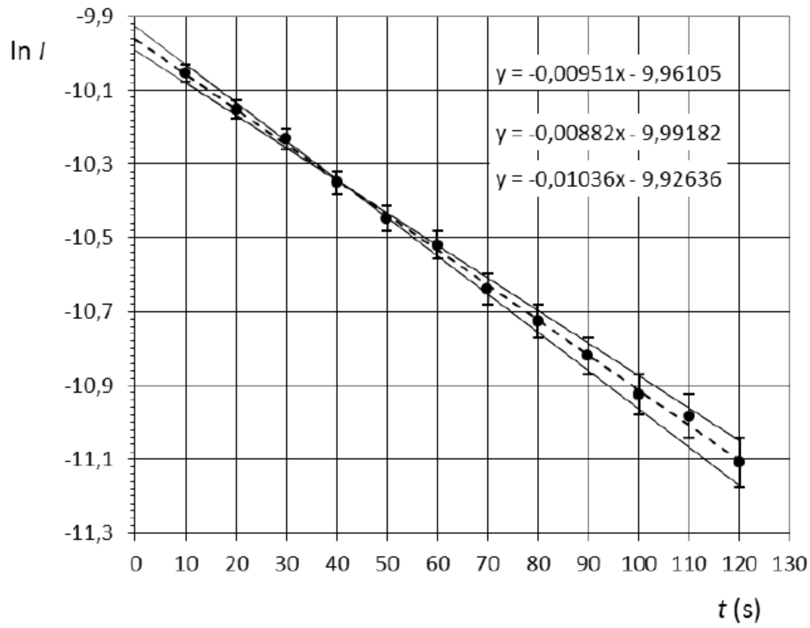
Según se indica en el enunciado, la precisión del amperímetro es una unidad en el último dígito. Se trabaja en la escala de 2 mA y se presentan lecturas con tres decimales, de forma que la incertidumbre de la medida de la corriente es $\Delta I = 1\ \mu\text{A}$.

La incertidumbre transmitida al logaritmo de la intensidad es

$$\Delta(\ln I) = \frac{\Delta I}{I}$$

Los valores numéricos de $\Delta(\ln I)$ se recogen en la cuarta columna de la tabla de datos.

En la siguiente gráfica se representan los puntos experimentarles con las barras de error correspondientes, y las rectas que, con pendientes máxima y mínima, se ajustan razonablemente a estos puntos (supuestos errores aleatorios). En la misma gráfica se indican los datos de estas rectas



La incertidumbre de la pendiente es

$$\Delta p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} = \frac{-0{,}00882 - (-0{,}01036)}{2}\ \mathrm{s}^{-1} = 7{,}7 \times 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$$

La incertidumbre transmitida a la capacidad puede calcularse numéricamente, a partir de los valores máximo y mínimo de p que permiten calcular, respectivamente, los valores mínimo y máximo de C. De una forma más directa puede calcularse teniendo en cuenta que en un producto (o cociente) se transmite la incertidumbre relativa (puede demostrarse inmediatamente tomando incrementos, en valor absoluto, en la expresión de partida)

$$C = -\frac{1}{pR} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta p}{p} \quad \Rightarrow \quad \Delta C = 8{,}6 \times 10^{-5}\,\mathrm{F}$$

Expresando la incertidumbre con una única significativa, el resultado final del experimento sería

$$\boxed{C = \left(107 \pm 9\right) \times 10^{-5}\ \mathrm{F}}$$

En cuanto a la incertidumbre de la corriente inicial, debe obtenerse a partir de la incertidumbre de la ordenada en el origen de la recta ajustada. Sus valores máximo y mínimo estimados pueden leerse directamente en la gráfica (u obtenerse mediante ajuste), de forma que

$$\Delta c = \frac{-9{,}93 - (-9{,}99)}{2} = 0{,}03$$

De nuevo, la incertidumbre transmitida puede calcularse numéricamente, o tomando incrementos en la expresión que relaciona I_0 con c.

$$I_0 = e^c \quad \Rightarrow \quad \Delta I_0 = e^c \Delta c = I_0 \Delta c \quad \Rightarrow \quad \Delta I_0 = 1{,}4\ \mu\mathrm{A} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_0 = (47{,}3 \pm 1{,}4)\ \mu\mathrm{A}}$$